

مدل سازی و بررسی آزمایشی جت های گازی شناور افقی تزریق شده به مایع محیط

یکنواخت راکد

چکیده

در این مقاله، یک مطالعه آزمایشی و نظری بر روی جت گاز تراکم ناپذیر که به طور افقی به محیط مایع با چگالی بالا در شرایط اولیه متفاوت تزریق می شود، انجام شد. اندازه گیری های مستقیم و کلی سطح واسط با استفاده از عکسبرداری با سرعت بالا انجام شد. موقعیت و حرکت کل جت گاز با دوربین پر سرعت عکس برداری شده و تصاویر پردازش، میانگین گیری و برای استخراج پارامتر های جت و موقعیت واسط تحلیل شدند. در مدل ریاضی، نرخ ماندگی تابعی از سرعت مرکزی جت، نسبت تراکم محیط و جت متوسط می باشد، در حالی که ضریب ماندگی به عدد فرود محلی در منطقه جت نیز بستگی دارد. تنش برشی بین سطحی در حد فاصل بین جریان جت و محیط آب در خلاف جهت جریان مومنتوم جت اصلی در نظر گرفته می شود. نتایج نشان داد که مدل قادر به پیش بینی صحیح پارامتر های جت: مسیر، پراکنش، زوایای جت و طول نفوذ و نیز رژیم جت است. یک همخوانی خوب بین شبیه سازی و نتایج آزمایشی در طیف وسیعی از اعداد فرود و قطر جت مشاهده شد. مدل توسعه یافته ابزار خوبی برای پیش بینی پارامتر های جت متفاوت بود.

کلمات کلیدی: تزریق گاز، مدل سازی، جت های گازی شناور، غیر بوسینسک، آزمایشی، ماندگی

1-مقدمه

جت های شناور توربولانت تشکیل یک سیستم چند فازی پیچیده می دهند که اهمیت زیادی در بسیاری از محیط ها و شرایط صنعتی دارند. یک جت شناور، زمانی تشکیل می شود که یک جریان پیوسته از سیال تراکم پایین حاصل از نازل ها وارد یک محیط مایع با تراکم بزرگ تر می شوند. بسته به مومنتوم جت اولیه و تفاوت تراکم بین دو سیال، جت به حباب هایی تجزیه می شود که مستقیماً در خروجی و یا در پایین دست جریان وارد می شود. 1- پارامتر های جریان، 2- پارامتر های محیطی و 3- عوامل هندسی. اولین گروه شامل سرعت جت اولیه، سطح توربولانس، وزن جت، مومنتوم و کمبود تراکم بین و سیال محیطی. دومین گروه از متغیر ها شامل

پارامترهای سیال محیطی نظیر سطح توروبلانس، جریان و رضایت تراکم میباشد. این عوامل بر رفتار جت در فاصله از روزنه تاثیر می گذارد. در نهایت، عوامل هندسی شامل عمق غوطه وری جت، شکل جت، جهت و نزدیکی آن به مرزها و سطح آزاد می باشد.

فعالیت تحقیقاتی زیادی در زمینه جت های شناور در طی 50 سال اخیر منجر به مطالعات آزمایشی زیاد و تعدادی از مدل های متفاوت، مسیر جریان جت را توصیف می کند. تحقیقات آزمایشی مختلف در دهه های اخیر بر روی جت ها ارایه کرده و نتایج موید رویکرد مدل سازی ریاضی است (لیانگ و همکاران 2016، تطیب 2015، هاربی 2012، فرانسیس و همکاران 2014)

مدل های ریاضی بر اساس رفتار جت در منابع را می توان به سه مقوله متفاوت تقسیم بندی کرد: مدل های انتگرال، مدل های مقیاس طولی و مدل هایی که از فنون انتگرال و مقیاس های طولی استفاده می کنند. مدل های انتگرال که بر اساس معادله حفاظت از جرم می باشند، رایج ترین موارد می باشند: آن ها به طور گسترده ای در عملیات مهندسی برای پیش بینی ویژگی های تخلیه جت شناور استفاده می شوند (فیشر و همکاران 1979). بیشتر این مدل ها تنها از جریان مومونتوم و جرم در مجموعه ای از معادلات حفاظتی استفاده می شوند. با این حال، آن ها اشاره به مدل های انتگرال درجه اول دارند. با این حال، داده های آزمایشی و محاسبات جت شناور با تغییرات تراکم بالا را می توان در ادبیات و منابع یافت. بیشتر تحقیقات برای تغییرات تراکم پایین انجام می شوند به خصوص زمانی که تقریب معتبر است و جت به طور عمودی تخلیه است (هاربی و همکاران 2014 الف). داده های آزمایشی اندک و محاسبات برای درک جریان استفاده میشوند (هاربی و همکاران 2014 ب).

گراپر و بینز 1977 پیشنهاد کرده اند که کران بالای تعمیم پذیری تقریب باسینک این است که اختلاف چگالی کسری اولیه $\Delta\rho/\rho_a$ برابر با 0.05 است. به طور کلی، می توان گفت که تقریب باسینک برای اختلاف تراکم کسری اولیه کوچک است که با $\Delta\rho/\rho_a \ll 1$ نشان داده می شود. پلوم غیر بوسینگ توسط برخی محققان مطالعه شده است (وودز 1997). زیائو و همکاران (2009) به مطالعه و توسعه مدل انتگرال برای جت های شناور افقی با فرضیه اصلاح شده استفاده کرده اند. سیستم معادلات حفاظت مدل انتگرال برای دست یابی به راه حل های عددی در منطقه گذار از جت استفاده می شوند. می توان نتیجه گرفت که برای جت شناور، تقریب باسینک زمانی نقض

می شود که ماندگی توده ای را بیش از مقدار واقعی برآورد کند. این مطالعه نشان می دهد که تقریب بوسینسک زمانی معتبر است که تغییرات تراکم کم تر از 10 درصد فرض ماندگی نیاز کلیدی برای مدل انتگرال است. نرخ ماندگی یک جت توربولانت به صورت سیال محیطی تعریف می شود که در حاشیه قرار می گیرد و از این روی در بدنه جت قرار داده شد. عوامل ماندگی می باشند که لایه ترکیبی بین جت و محیط اطراف آن را نشان می دهند. این فرایند اثر افزایش جریان وزنی جت کل است (هوف و همکاران 1956). اولین مورد شامل استفاده از رویکرد ماندگی در مدل جت عمومی است. و به این ترتیب جریان از حجم کنترل ثابت عبور کرده و معادلات حرکت در حجم کنترل استفاده می شوند. یک مورد دیگر مربوط به مالونهوف و همکاران 1985، وود 1993 و لی 1996 و جیر کا 2004 است.

مورتون 1965 به این نتیجه رسیده است که یک ماندگی متوسط در جریان جت مانند می باشد که متناسب با سرعت مرکزی میانگین است. لیست و همکاران (1979) نشان داده اند که مکانیسم ماندگی در هر دو جت و پلوم یکسان است و با حرکات بزرگ مقیاس دوره ای غالب است و این سیال محیطی را تشکیل می دهد. جریان غیر ترکیبی وارد سیال توربولانت شده و با حرکت کشن های کوچک وارد می شود. ابراهام 1963 نشان داده است که سرعت انبساط جریان شناور مستقل از نوع جریان بوده و این مصرف جایگزین مناسبی است. لیست و امبرگر 1973، قادر به رابطه دو فضا و مشتق ثابت های ماندگی برای جت و پلو است. تیلور 1985، کاستونینس (1975) و اگراول و پراساد (2004) نشان داده اند که جت های شناور توربولانت، محیط اشفته معمولا با ارتباط سرعت جریان به جریان میانگین پارامتر سازی می شوند. از این روی پیشنهاد شده است که از طریق رئوس کوچک مقیاس نیز موسوم به متیو و باسو (2002) است.

مطالعات عددی و آزمایشی مختلف، ارزش نرخ ماندگاری برای مثال را نشان داده اند و فرض بر این است که نرخ محلی ماندگاری متشکل از دو مولفه است: یک مورد مولفه ماندگاری ناشی از گشتاور جریان می باشد، در حالی که دیگری، مولفه ماندگاری مطلوب است، در حالی است که دیگری مولفه ماندگاری ناشی از شناور است. هم چنین موضوع دیگر، مولفه ماندگاری ناشی از شناوری است. هم چنین، آن ها گزارش کرده اند که نرخ محلی ماندگاری موجب افزایش جت می شود. این عدم تشابه نرخ ماندگاری در امتداد مسیر جت بحث شده است. محققان دیگر، رفتار جت شناور را با استفاده از معادلات انتگرال پیش بینی کرده اند. باتچلر (1954) نشان داده

اند که ماندگاری قوی از محیط زمانی رخ می دهند که بر اساس وحدت $(\rho_g/\rho_a \rightarrow 1)$ می باشد، اگرچه نسبت تراکم نزدیک به $(\rho_g/\rho_a \rightarrow 0)$ می باشد.

بر روی جت های شناور افقی با تغییرات تراکم بالا، مطالعات زیادی صورت نگرفته است. و تقریباً داده های آزمایشی را نمی توان در منابع یافت. با این حال جت های گازی افقی بسیار مطالعه شده اند. با این حال جت های گازی افقی غوطه ور در مایع، ویژگی های جریان متفاوت را از چریان کاز-گاز نشان می دهند زیرا شکست حباب در جریان فاز متوقف می شود. از این روی، یک مسئله اصلی درک این جریان ها، محاسبه ساختار های عددی جریان و تایید مدل های عددی و اندازه گیری آزمایشی آن هاست. محققان در تلاش برای درک ویژگی های فواره گازی، به اندازه گیری های نقطه ای نظیر پروب های مقاومت الکترونی برای تفکیک فاز مایع و گاز متکی بوده اند. در این فنون، پرب در نقطه اندازه گیری برای برخی زمان ها انجام شده و از این روی در فضا عبور می کند. سنجش عنصر یک نقطه اندازه گیری متشکل از نقاط اندازه گیری مختلف می باشد. در این میدان با جریان نامنظم و ناپایدار، اندازه گیری کلی مطلوب است زیرا اطلاعات اولیه را می توان کسب کرد. یک مثال در خصوص اندازه گیری کلی، عکس برداری سرعت است و در گذشته استفاده شده است (مگ الان و کینگ 1982، لات و فات 1989) و جزییات کمی از تصاویر ثبت شده بسیار پایین بود.

در این مطالعه، مدل عددی انتگرال برای پیش بینی رفتار گاز افقی تزریق شده از لوله های مستقیم در محیط اب تحت شرایط مختلف استفاده شده است. از این روی عکس برداری با سرعت بالا برای ثبت موقعیت و حرکت فواره کامل استفاده می شود و تصاویر دیجیتال برای استخراج موقعیت واسط تحلیل شد. از این روی اندازه گیری جهانی و اثر مستقیم نیز در نظر گرفته شد. پارامتر های جت گاز با انجام میانگین گیری زمانی تصاویر ثبت شده بدست آمد. معادلات مدل و روش های حل با مسیر های خروجی گرافیکی در برنامه متلب کد گذاری شده و با داده های آزمایشی مقایسه شد.

2- توصیف مدل و فرضیات

شکل 1 طرح و مختصات اصلی مدل توسعه یافته را نشان می دهد. جت شناور از مبدا در زاویه $\theta_0 = 0^\circ$ را نشان می دهد. با توجه به محور ایکس افقی در محیط مایع یکنواخت، متغیر های S-2 مختصات طبیعی می باشند و تنا زاویه محور S با جهت افقی را نشان می دهد. مختصات پارامتری فاصله را در امتداد محور جت از مبدا نشان می

دهد. تراکم اولیه، سرعت و قطر روزنه با به ترتیب ρ_0 ، u_0 و d_N نشان داده می شوند. تراکم میحط اب ρ_a است. به علاوه $u_g(s, r) \approx u_g(s, r)$ و $u_g(r, s, r)$ بیانگر اجزا و مولفه های سرعت مختصات طبیعی منحنی خطی است و u_s سرعت مرکزی محور S است. معمولا مولفه شعاعی در مقایسه با مولفه جهت محور S ناچیز است.

همان طور که قبلا گفته شد، جریان جت شناور دارای جریانات دایمی و مومنتوم است. بسته به اهمیت نسبی نیروی شناوری و اینرسی و نیروی شناوری، جریان را می توان به صورت جت محور دانست. از این روی جریان جت در امتداد فاصله پایین دست را می توان به رژیم جت گشتاور L_m از نقطه خروجی و رژیم شناور در طول l_p از بخش انتهایی منطقه مومنتوم اندازه گیری می شود. در رژیم اول، شکل جت به صورت مستقیم بود و یا به دلیل سرعت بالای جت منحرف می شود. پس از نفوذ جت به سیال، شناوری موجب می شود تا جت به سطح آزاد منحرف شود ما از این دو رژیم برای تقسیم تصویر گرفته شده استفاده می کنیم.

1-2 فرضیات مدل اصلی

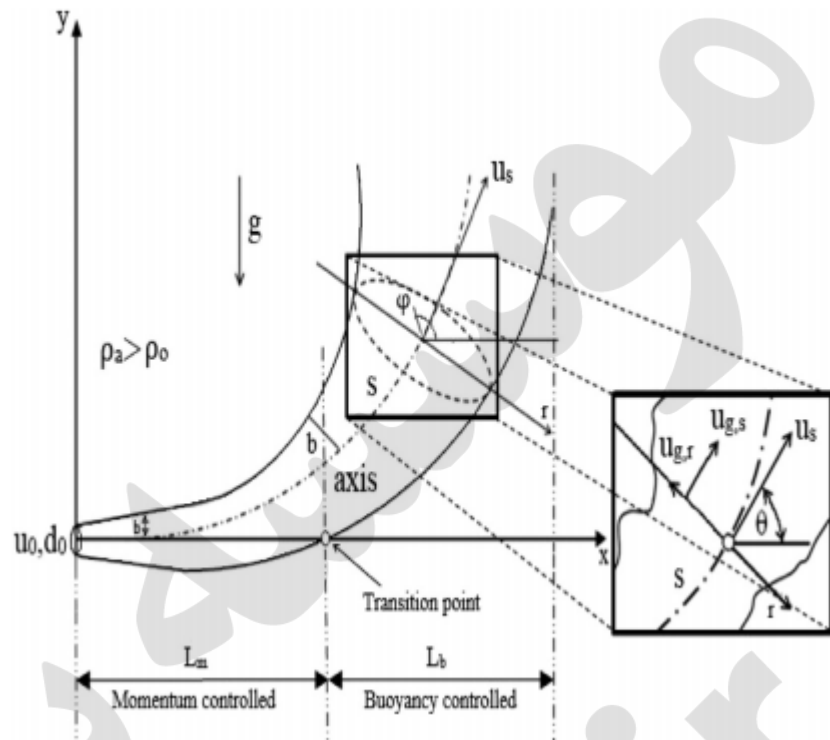
- 1- پرفایل های سرعت، خود مشابه در همه مقاطع عرضی نرمال و عمود بر مسیر جت می باشد با این حال، نرخ ماندگی خود نشابه بوده و از این روی ضریب ماندگی ثابت نیست.
- 2- مجموع فشار استاتیگ علاوه بر فشار پویا، در مقطع عرضی با مسیر جریان درون جت گازی یکنواختی است. با این حال، این از نقطه مسیر به دلیل افت فشار تغییر می کند
- 3- انتقال توربولانت طولی با انتقال همرفتی مقایسه می شود

2-2 پروفایل سرعت

ساده سازی مسئله تحقیق معمول، به معنی تلفیق مجموعه ای از معادلات حفاظتی جرم و مومنتوم در جت با فرض سرعت متوسط نرمال با محور جت است. رایج ترین پروفیل مورد استفاده توسط محققان به کار گرفته است (راس و همکاران 1952، چن و رادی 1980، رادی 1082، لیست 1982، ترنر 1986، بات و ارامیسا 1996). سرعت میانگین جت به صورت زیر بدست می آید:

$$u_g(s, r) = u_s(s) \exp\left(-\left(\frac{r}{b(s)}\right)^2\right) \quad (1)$$

که $b=b(s)$ عرض میانی جت مشخص است که در امتداد مسیر جت است. خود تشابهی پروفیل با اندازه گیری توزیع سرعت و محاسبه نسبت $u_g(s, r)/u_s$ از سرعت فواصل مختلف تعیین می شود.



شکل 1: تعریف و جزئیات سیستم مختصات و مدل ریاضی جت گاز شناور افقی تخلیه شده از روزنه گرد به محیط راکد

3-2 ماندگی جریان محیط

یکی از مسائل اصلی در تحلیل جت دو مرحله ای اشفته، شناسایی سرعت رشد پلوم جت است که ناشی از ماندگی سیال محیط در جت است. نرخ ماندگی در امتداد جت ثابت نیست بلکه بر این اساس تغییر می کند. شکل 2 طرح تعریف پیشنهادی را برای ماندگی مایع در جت گاز نشان می دهد.

بر طبق فرضیه ماندگی، سرعت ماندگی حول محیط حجم کنترل جت متناسب با سرعت ماندگی در u_e و $2\pi b ds$ سطح تماس است. از این روی، مقدار سیال محیط به ازای واحد زمانی در این منطقه تماس است

$$dE = 2\pi b u_e \rho_a ds \quad (2)$$

که ρ_a تراکم محیط اب می باشد. سرعت ماندگی بستگی به نه تنها سرعت مشخص بلکه بستگی به ریشه دوم نسبت تراکم محلی جت گاز و جریان محیط دارد. ریکو و اسپالندیک 1961 بر اساس اندازه گیری های جریان برای نسبت تراکم دلخواه است و این نشان داد که سرعت ماندگی را می توان به صورت زیر محاسبه کرد

$$u_e = \alpha \sqrt{\frac{\rho_g}{\rho_a}} u_s \quad (3)$$

که الفای ضریب ماندگی محلی و ρ_g تراکم گازی است. مورتون (19) یک دلیل دیگر برای این فرم از سرعت در زمینه های بعدی ارائه می کند. از این روی سرعت ماندگی در پلوم تابعی از ρ_g/ρ_a و استرس رینولد محلی دارای بزرگی محلی متناسب با $\rho_g u_s^2$ است. این فرضیه توسط محققان مختلف اثبات شده است (هاف و شفر 2008، الامین و همکاران 2010).

$$dE = 2\Pi b \rho_a \alpha (\rho_g/\rho_a)^{1/2} u_s ds \quad (4)$$

نرخ محلی ماندگی با رسیدن جت به منطقه تحت غالبیت مومنتوم افزایش یافته و وارد منطقه ای می شود که در آن اثرات شناوری برجسته تر می شود. ضریب محلی ماندگی تابعی از عدد فروید محلی است در مواردی که جت به طور افقی تزریق شود

$$\alpha = \alpha_j + (\alpha_p - \alpha_j) \left(\frac{Fr_p \sin \theta}{Fr_s} \right)^2 \quad (5)$$

که Fr_s عدد فروید محلی در مرکز جت است

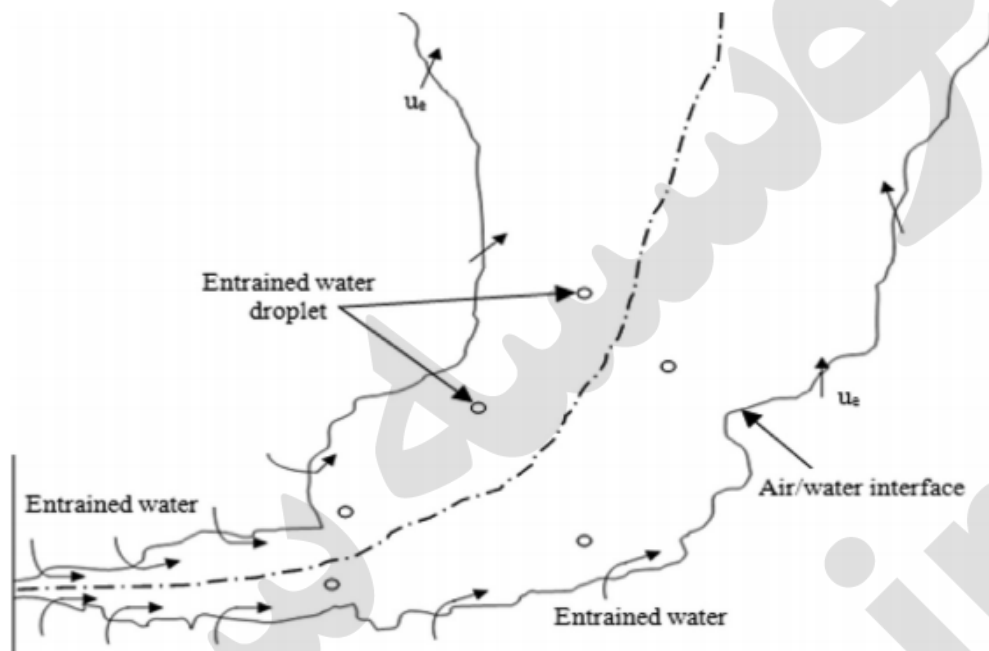
$$Fr_s = \frac{u_s}{\sqrt{(\rho_a - \rho_g)/\rho_g g b}} \quad (6)$$

که α_j ضریب ماندگی جت مانند است در حالی که α_p ضریب ماندگی است و تتا زاویه میل محلی جت است. این فرمول امکان تعیین ضریب ماندگاری را در امتداد مسیر جت نشان می دهد زمانی که یک جت یا پلوم وجود دارد. ضریب ماندگاری از α_j تا α_p در طی گذار از جت متغیر است. فیشر و رادی 1982، به بررسی مطالعات مربوط به فرضیه ماندگاری پرداخته و مقادیر $\alpha_j = 0.052 \pm 0.003$ را برای جت خالص و $\alpha_p = 0.0833 \pm 0.0042$ را برای پلوم خالص معرفی کرده است. نرخ ماندگاری یک پلوم بیش از جت بوده و نرخ ماندگاری یک جت شناور، بین این دو است. ثابت وابسته به پلوم Fr_p دارای مقدار بین 3.4 و 3.7 است.

3-مدل سازی ریاضی

روش انتگرال جت با استفاده از ماهیت لایه مرزی جریان و با انتگراسیون همه ابعاد معادلات حرکتی در میان صفحه مقطعی $\int (dA)$ بدست می آید که در آن $dA = r dr d\varphi$ بوده و φ زاویه ازیموت است. برای پروفیل های غیر متقارن، مقدار انتگراسیون $2\pi \int_0^b (r) dr$ است. شعاع جت b در حالت لایه مرزی به صورت لبه جت درک می شود

که در آن شرایط مرزی فراتر از انتگراسیون می باشد. به این ترتیب معادلات حاکم برای مدل انتگرال بر اساس تلفیق معادلات حفاظت می باشد که این برای معادلات حفظ جرم و نیز مقطع عرضی جت می باشد.



شکل 2: طرح مربوطه برای ماندگاری مایع در جت اصلی

1-3 معادله پیوستگی

تزریق ثابت نرخ جریان گاز در یک غوطه وری معین را می توان به صورت حفاظت جریان توده ای بیان کرد

$$\dot{m}_g = \int_0^{2\pi} \int_0^b \rho_g u_g r dr d\varphi \quad (7)$$

نرخ جریان توده ای جت برای گاز تراکم ناپذیر ثابت است

$$\frac{d}{ds} (\dot{m}_g) = 0 \quad (8)$$

معادله 8 را می توان به صورت زیر نوشت

$$\frac{d}{ds} \int_0^{2\pi} \int_0^b \rho_g u_g r dr d\varphi = 0 \quad (9)$$

مشتق گیری در معادله 9 به صورت زیر صورت می گیرد

$$2\pi b \rho_g u_s e^{-1} \frac{db}{ds} + 2\pi \rho_g u_s \frac{db}{ds} \int_0^b \exp\left(-\left(\frac{r}{b}\right)^2\right) 2\left(\frac{r}{b}\right)^3 dr \\ + 2\pi \rho_g \frac{du_s}{ds} \int_0^b \exp\left(-\left(\frac{r}{b}\right)^2\right) r dr = 0 \quad (10)$$

انتگرال گیری در جمله سوم و دوم، نشان می دهد که معادله جریان توده ای به صورت زیر بازنویسی می شود

$$(2\pi b \rho_g u_s l_3) \frac{db}{ds} + (\pi b^2 \rho_g l_3) \frac{du_s}{ds} = 0 \quad (11)$$

که $l_3 = (1-e^{-1})$ است.

2-3 شار حرکتی x

مولفه x از جریان حرکت گاز MX بر اساس معادله سرعت گاز به صورت زیر بدست می آید

$$\begin{aligned} M_x &= \int_0^{2\pi} \int_0^b \rho_g u_g (u_g \cos \theta) r dr d\phi \\ &= 2\pi \rho_g u_s^2 \cos \theta \int_0^b \exp\left(-2\frac{r^2}{b^2}\right) r dr \end{aligned} \quad (12)$$

انتگرال در معادله 12 بدست می آید

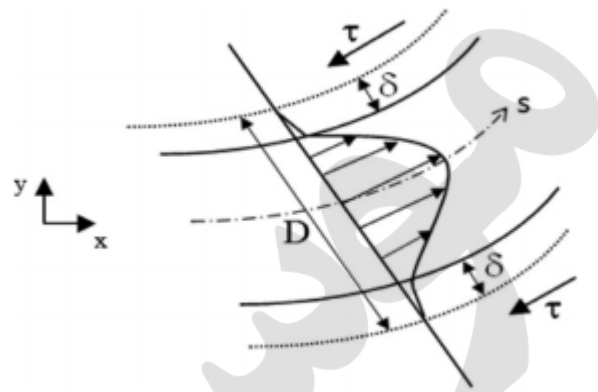
$$M_x = \pi b^2 l_2 \rho_g u_s^2 \cos \theta \quad (13)$$

که $l_2 = \frac{1}{2}(1-e^{-2})$ ثابت است

در سرعت های جت بالا، بخشی از مایع از جت حرکت کرده و در جهت جریان انتقال می یابد در حالی که بقیه جریان مایع راکد باقی می ماند. از این روی لایه برشی ضخامت در مرز گاز و مایع قرار می گیرد. تنش برشی بین سطحی در حد واسط جریان جت و مایع محیط است. شکل 3. تنش برشی بین سطحی، با افزایش سرعت گاز توسعه می یابد.

تنش برشی بین سطحی بستگی به ضریب اصطکاک بین سطحی، تراکم جریان و مجذور سرعت بین سرعت جت و سرعت واسط دارد. همبستگی های زیر توسط والیس 1970 برای تعیین تنش برش سطحی استفاده شده است.

$$\tau_i = f_i \frac{1}{2} \rho_g (\bar{u}_g - \bar{u}_l)^2 \quad (14)$$



شکل 3: نمودار شماتیک، تنش بین سطحی را در حد فاصل بین جت گاز و محیط مایع نشان می دهد

$$\bar{u}_g - \bar{u}_{li} \cong \bar{u}_g \quad (15)$$

که \bar{u}_g و \bar{u}_{li} ، سرعت جت گاز متوسط و سرعت مایع بین سطحی است. با این حال، \bar{u}_{li} در مقایسه با \bar{u}_g نادیده گرفته می شود. سرعت متوسط گاز

$$\bar{u}_g = \frac{1}{\pi b^2} \int_0^b u_g 2\pi r dr = \frac{1}{\pi b^2} \int_0^b u_s e^{-\left(\frac{r^2}{b^2}\right)} 2\pi r dr = u_s I_3 \quad (16)$$

که \bar{u}_g سرعت گاز جت متوسط در مقطع عرضی جت است. ضریب اصطکاک (f_i) در تعیین تنش برشی اهمیت دارد و این قویا بر کاهش حرکت جت اثر دارد. ضریب اصطکاک به صورت زیر بدست می آید

$$f_i = c_1 Re_m^{-c_2} \left(1 + 360 \frac{\delta}{D} \right) \quad (17)$$

که c_1 - c_2 دارای مقادیر ثابت 0.079 و 0.25 می باشند. عدد رینولد جت Re_m را می توان به صورت تعریف می شود

$$Re_m = \frac{\rho_g \bar{u}_g D}{\mu_g} = \frac{\rho_g \bar{u}_g 2b}{\mu_g} = \frac{2 \rho_g u_s I_3 b}{\mu_g} \quad (18)$$

که μ_g سرعت گاز پویا، ($\mu_g = 1.983 \times 10^{-5} \text{ kg/ms}$)، قطر هیدرولیک جریان جت ($D = 4A/p = 2b$)، است و سیگما، ضخامت نیتروژن مایع است

$$\delta = f_2 D (1 - f_3 Re_m^{f_4}) \quad (19)$$

که $f_2 = 2.5 \times 10^{-3}$ و $f_4 = 0.5$ ثابت هستند و اگر f_2 متغیری می باشد که دارای دو مقدار بسته به منطقه جت است، در منطقه حرکت و 0.04 برای منطقه شناور بالاست. در صورتی که ماندگاری بر طبق والیس متراکم

باشد، تراکم ρ_g در معادله 14 بایستی با تراکم مقدار بخار از جمله ماندگاری جایگزین می شود. ماندگاری را می توان با معادله زیر محاسبه کرد

با جایگزینی معادلات 17، 18، 19 به معادله 14 و ضرب در سطح مقطع با واحد طول، نیروی برشی واسط به صورت زیر بدست می آید

$$\tau_{it} = c_1 \Pi b \rho_g (u_s l_3)^2 (1 + 360 \frac{\delta}{D}) [Rem]^{-c_2} \quad (20)$$

نیروی برشی بین سطحی به ازای طول واحد در جهات X-Y به صورت زیر بدست می آید

$$\tau_{itx} = \tau_{it} \cos \theta \quad (21)$$

$$\tau_{ity} = \tau_{it} \sin \theta \quad (22)$$

قطرات آب در هوا با سرعت کم تر از سرعت جت، در درون جت قرار می گیرد. در این مطالعه، حرکت کل قطرات آب به ازای واحد طول به صورت نرخ جریان قطرات و یا جریان توده ای محاسبه می شود

$$M_{dt} = \dot{m}_d u_d \quad (23)$$

که M_{dt} حرکت کل قطرات آب به ازای طول واحد است. چرم قطرات آب M_d در آزمایشات با 20 درصد جریان توده ای به ازای واحد طول است

$$\dot{m}_d = f_e \dot{m}_e \quad (24)$$

که $\dot{m}_e = dE/ds$ است.

اشتناشی (50) به مطالعه آزمایشی جت های گاز تزریق شده در محیط آب پرداخته و به طور آزمایشی، سرعت قطرات آب را اندازه گیری کرده است. او به این نتیجه رسید که سرعت قطره آب یک سی ام و یک شصتم سرعت تزریق گاز را در خروجی نازل نشان می دهد و با افزایش فشار جت افزایش می یابد

$$u_d = f_d u_0 \quad (25)$$

حرکت قطرات آب در واحد طول جهت ایکس و ایگرک بدست می آید

$$M_{dx} = M_{dt} \cos \theta \quad (26)$$

$$M_{dy} = M_{dt} \sin \theta \quad (27)$$

که M_{dx} حرکت ماندگاری و M_{dy} حرکت ماندگاری در جهت y به ازای هر واحد طول است. تغییر شار گاز ایکس به ازای هر طول به صورت زیر محاسبه می شود

$$\frac{dM_x}{ds} = -\tau_{itx} - M_{dx} \quad (28)$$

تغییر شار گاز به ازای واحد طول

$$2\Pi\rho_g u_s b^2 l_2 \cos\theta \frac{du_s}{ds} + 2\Pi\rho_g u_s^2 b l_2 \cos\theta \frac{db}{ds} - \Pi\rho_g u_s^2 b^2 l_2 \sin\theta \frac{d\theta}{ds} = -\tau_{ix} - M_{dx} \quad (29)$$

3-3 شار حرکت y

در جت شناور افقی، محور جت بالا می رود زیرا افزایش شار حرکتی ناشی از عمل نیروی شناوری است. نیروی شناوری به صورت عمودی بوده و برابر با نرخ تغییر جریان است و شار حرکتی به صورت زیر بدست می آید

$$M_y = \int_0^{2\Pi} \int_0^b \rho_g u_g (u_g \sin\theta) r dr d\varphi \quad (30)$$

نیروی شناوری به ازای واحد طول

بتا به صورت زیر بدست می آید

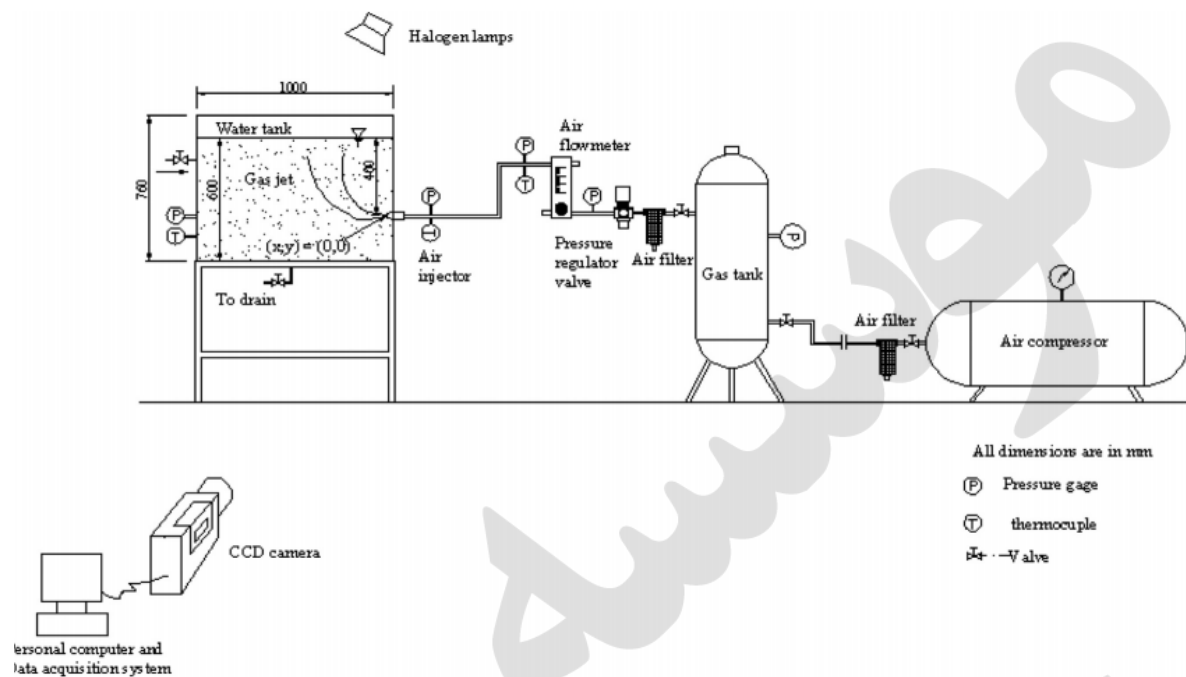
$$\beta = g \int_0^{2\Pi} \int_0^b (\rho_a - \rho_g) r dr d\varphi = \Pi g b^2 (\rho_a - \rho_g) \quad (31)$$

معادله خفاظت جرم به ازای واحد طول

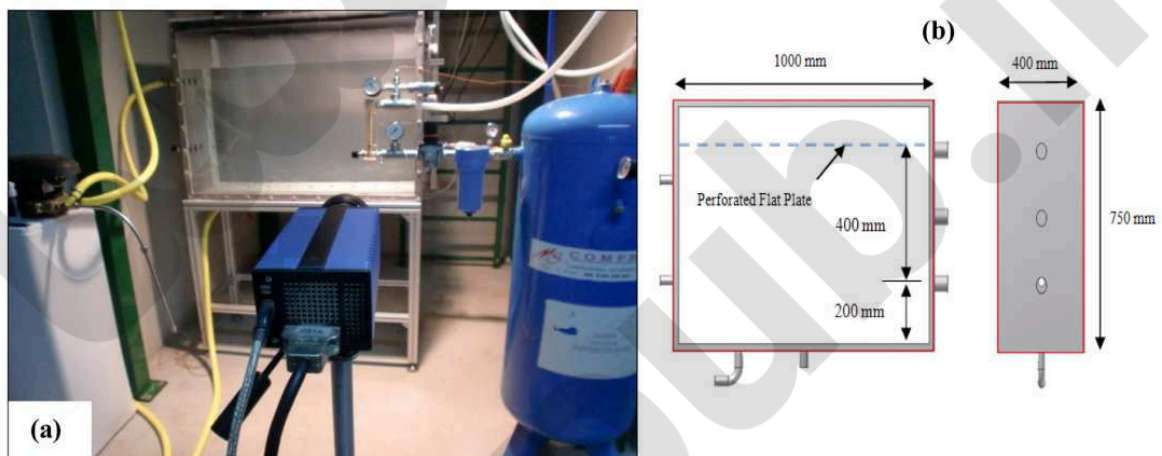
$$\frac{dM_y}{ds} = \beta - \tau_{ity} - M_{dy} \quad (32)$$

با جایگذاری 30 و 31 در 32، تغییر شار گاز عمودی به ازای واحد طول به صورت زیر است

$$2\Pi\rho_g u_s b^2 l_2 \sin\theta \frac{du_s}{ds} + 2\Pi\rho_g u_s^2 b l_2 \sin\theta \frac{db}{ds} + \Pi\rho_g u_s^2 b^2 \cos\theta l_2 \frac{d\theta}{ds} = \Pi g b^2 (\rho_a - \rho_g) - \tau_{ity} - M_{dy} \quad ($$



شکل 4: نمودار شماتیک شرایط آزمایشی



شکل 5: تصویر نشان دهنده شرایط آزمایشی الف و ب یک نمای با بعد مقطع آزمایشی را نشان میدهد. صفحات

سوراخ به کنترل اشفتگی ها کمک می کند

4-3 روابط هندسی

برای تعیین مسیر جت دو معادله دیگر نیاز است که هم زمان با دو معادله حل می شود.

$$\frac{dx}{ds} = \cos\theta \quad (34)$$

$$\frac{dy}{ds} = \sin\theta \quad (35)$$

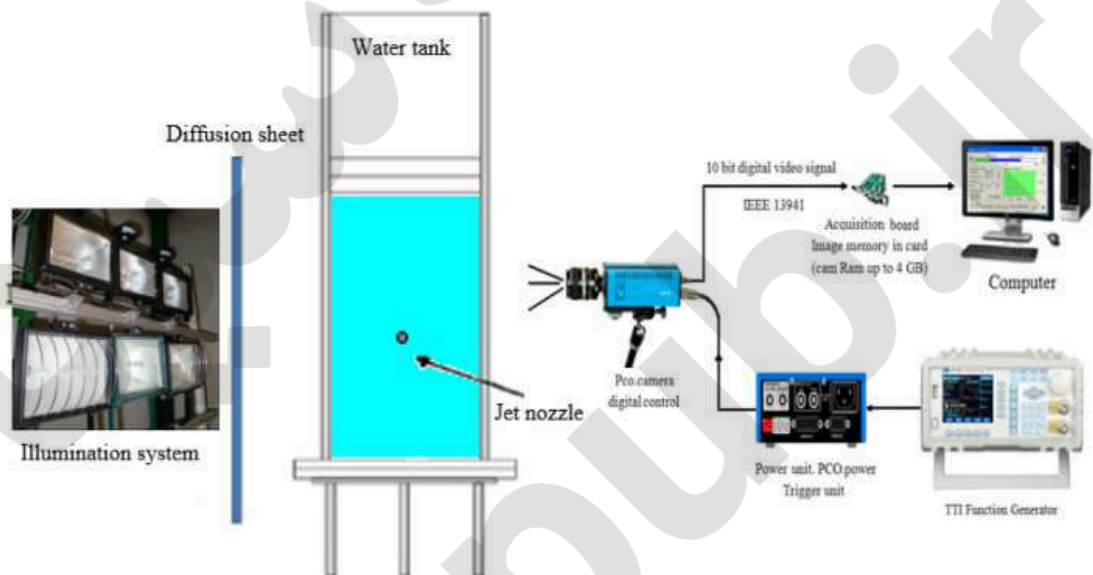
4- روش حل

مجموعه معادلات قبلی، اولین مشتق از پارامتر پلوم-جت در امتداد مسیر جت به صورت منبع بوده و با روش حل یکسان با تحلیل حسین و نارانک 1983 برای بدست آوردن db/ds و $d\theta/ds$ از معادله 29-29 و 33 استفاده می شود

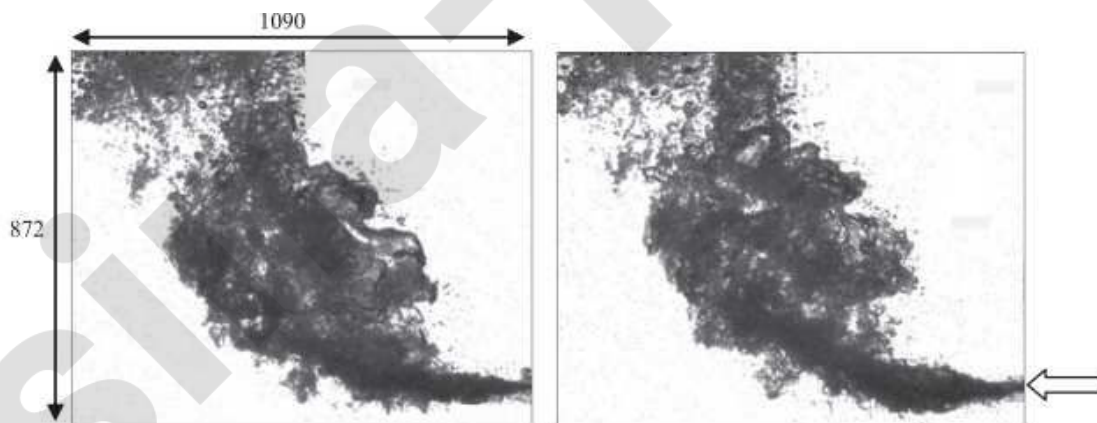
$$\begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_3 \\ M_1 & M_2 & M_3 \\ E_1 & E_2 & E_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d\theta}{ds} \\ \frac{du_x}{ds} \\ \frac{db}{ds} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_4 \\ M_4 \\ E_4 \end{bmatrix} \quad (36)$$

متغیر توصیفی، عرض جت، زاویه میل و سرعت مرکزی جت است

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{ds} &= \frac{C_4 M_2 E_3 - C_4 M_3 E_2 - C_2 M_4 E_3 + C_2 M_3 E_4 + C_3 M_4 E_2 - C_3 M_2 E_4}{C_1 M_2 E_3 - C_1 M_3 E_2 - C_2 M_1 E_3 + C_2 M_3 E_1 + C_3 M_1 E_2 - C_3 M_2 E_1} \\ &= f_1(u_s, b, \theta, s) \end{aligned} \quad (37)$$



شکل 6: طرح اساسی سیستم تجسم با سیستم تصویر برداری سایه



شکل 7: تصاویر ثبت شده جت گاز کل

$$\frac{du_s}{ds} = \frac{C_1 M_4 E_3 - C_1 M_3 E_4 - C_4 M_1 E_3 + C_4 M_3 E_1 + C_3 M_1 E_4 - C_3 M_4 E_1}{C_1 M_2 E_3 - C_1 M_3 E_2 - C_2 M_1 E_3 + C_2 M_3 E_1 + C_3 M_1 E_2 - C_3 M_2 E_1} = f_2(u_s, b, \theta, s) \quad (38)$$

$$\frac{db}{ds} = \frac{C_1 M_2 E_4 - C_1 M_4 E_2 - C_2 M_1 E_4 + C_2 M_4 E_1 + C_4 M_1 E_2 - C_4 M_2 E_1}{C_1 M_2 E_3 - C_1 M_3 E_2 - C_2 M_1 E_3 + C_2 M_3 E_1 + C_3 M_1 E_2 - C_3 M_2 E_1} = f_3(u_s, b, \theta, s) \quad (39)$$

بر اساس محاسبات حفاظت، معادله ضرایب برای حل این سیستم از معادلات به صورت زیر است

$$C_1 = 0, \quad C_2 = \Pi b^2 \rho_g I_3, \quad C_3 = 2\pi b \rho_g u_s I_3, \quad \text{and} \quad C_4 = 0 \quad (40)$$

$$M_1 = -\Pi \rho_g u_s^2 b^2 I_2 \sin\theta, \quad M_2 = 2\Pi \rho_g u_s b^2 I_2 \cos\theta, \\ M_3 = 2\Pi \rho_g u_s^2 b I_2 \cos\theta \quad \text{and} \quad M_4 = -\tau_{itx} - M_{dx} \quad (41)$$

$$E_1 = \Pi \rho_g u_s^2 b^2 I_2 \cos\theta, \quad E_2 = 2\Pi \rho_g u_s b^2 I_2 \sin\theta, \\ E_3 = 2\Pi \rho_g u_s^2 b I_2 \sin\theta \quad E_4 = \Pi g b^2 (\rho_a - \rho_g) - \tau_{ity} - M_{dy} \quad (42)$$

در سیستم فوق از ODE، پنج مجهول وجود دارد که شامل سرعت مرکزی جت، عرض جت، زاویه میل و مختصات X-Y می باشد. مدل عددی در انتگراسیون $s=0$ شروع می شود. شرایط مرزی، مقادیر اولیه برای پارامترهای مجهول هستند

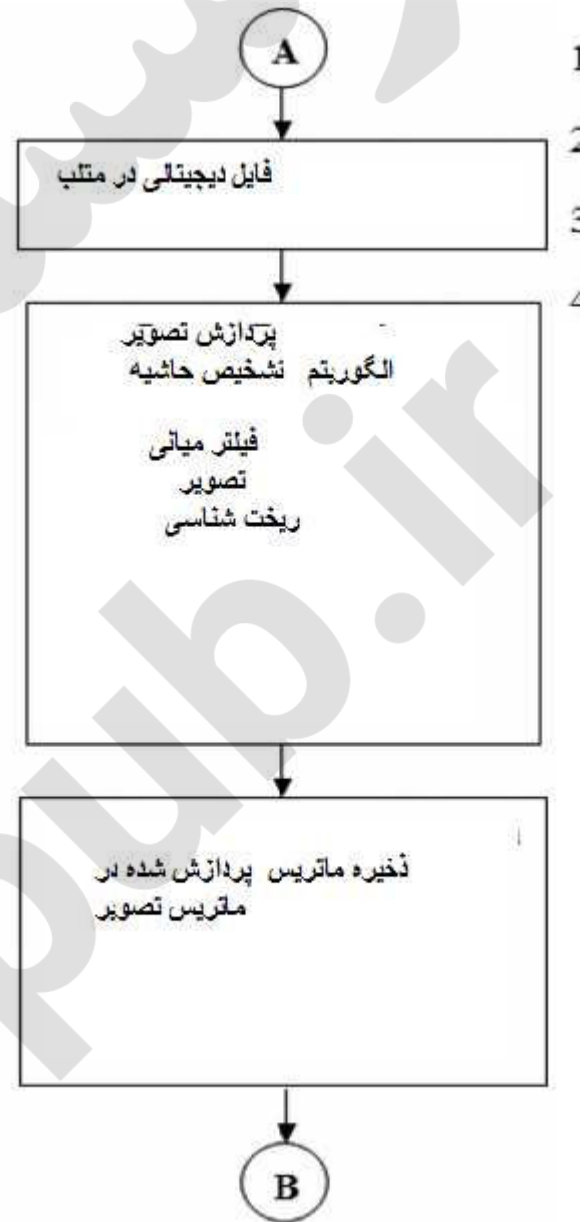
$$x = 0, y = 0, \quad \theta_{(s=0)} = 0, \quad u_{s(s=0)} = u_0, \quad b_{s(s=0)} = d_N/2 \quad (43)$$

که u_0 سرعت اولیه جت گازی در خروجی نازل و DN قطر نازل است. یک مسیر متلب برای تولید مجموعه ای از معادلات دینفراسیل استفاده شده است. به این ترتیب ضریب مانایی بستگی به عدد فرود و تغییر تکانه قطره در جت دارد. سیستم ODE به طور هم زمان با روش رانگ کاتا مرتبه چهارم ایجاد می شود. با این حال، برنامه را می توان برای پیش بینی پارامترهای جت استفاده کرد و این در زیر سیستم فایل برای پیش بینی مسیر جت دو بعدی قرار می گیرد

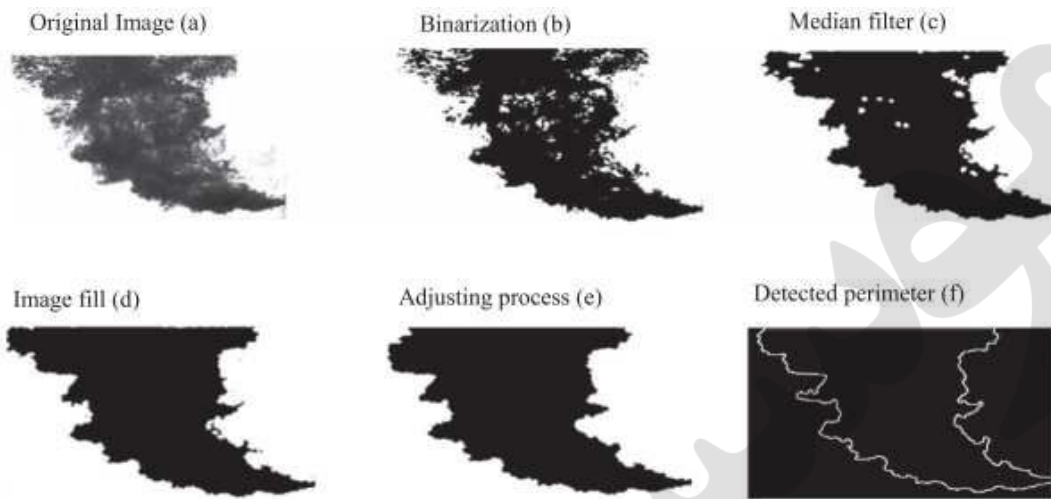
5- شرایط آزمایشی و روش ها

آزمایشات در آزمایشگاه تحقیقات مهندسی و حرارتی هیدرولیکی برای دانشگاه والنسیا انجام شد. شرایط و محیط آزمایش متشکل از یک مخزن مستطیلی متشکل از ورقه های فولاد ضد زنگ برای ترسیم جریان و اندازه گیری نوری است که در شکل 4 و 5 نشان داده شده است

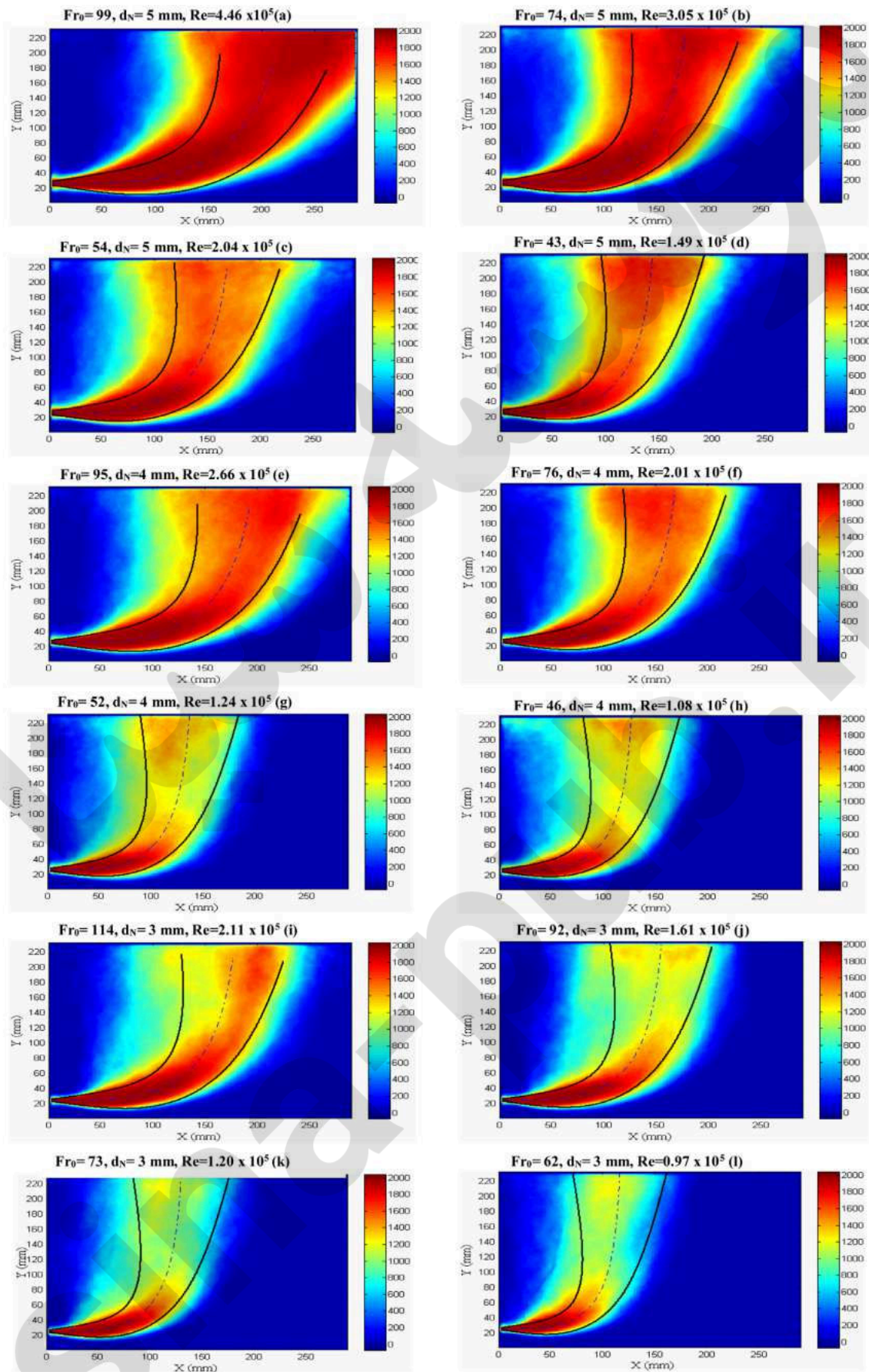
مخزن گازی 0.1 متر مکعب قبل از مخزن اب برای اطمینان از فشار گاز در مقطع آزمایشی واقع شده است. به عنوان ظرفیت ذخیره ای در بازه های کاری استفاده می شود. و این در مسیر مستقیم فولاد ضد زنگ و قطر درونی 2-3-4 و 5 میلی متر در عمق 400 و 200 میلی متر فاصله از بالای بانک متفاوت است. یک دریچه تنظیم کننده فشار غیر حساس به تغییرات فشار مورد استفاده در مخزن گاز برای ایجاد سرعت جریان است



شکل 8: فلوجارت الف: ثبت تصویر، واسنچی و ذخیره ب: پردازش تصویر و ذخیره داده در ماتریس تصویر



شکل 9: مراحل تشخیص مرز جت



شکل 10: مقایسه داده های آزمایشی با مسیر های پیش بینی مدل برای جت های شناور افقی در محیط راکد

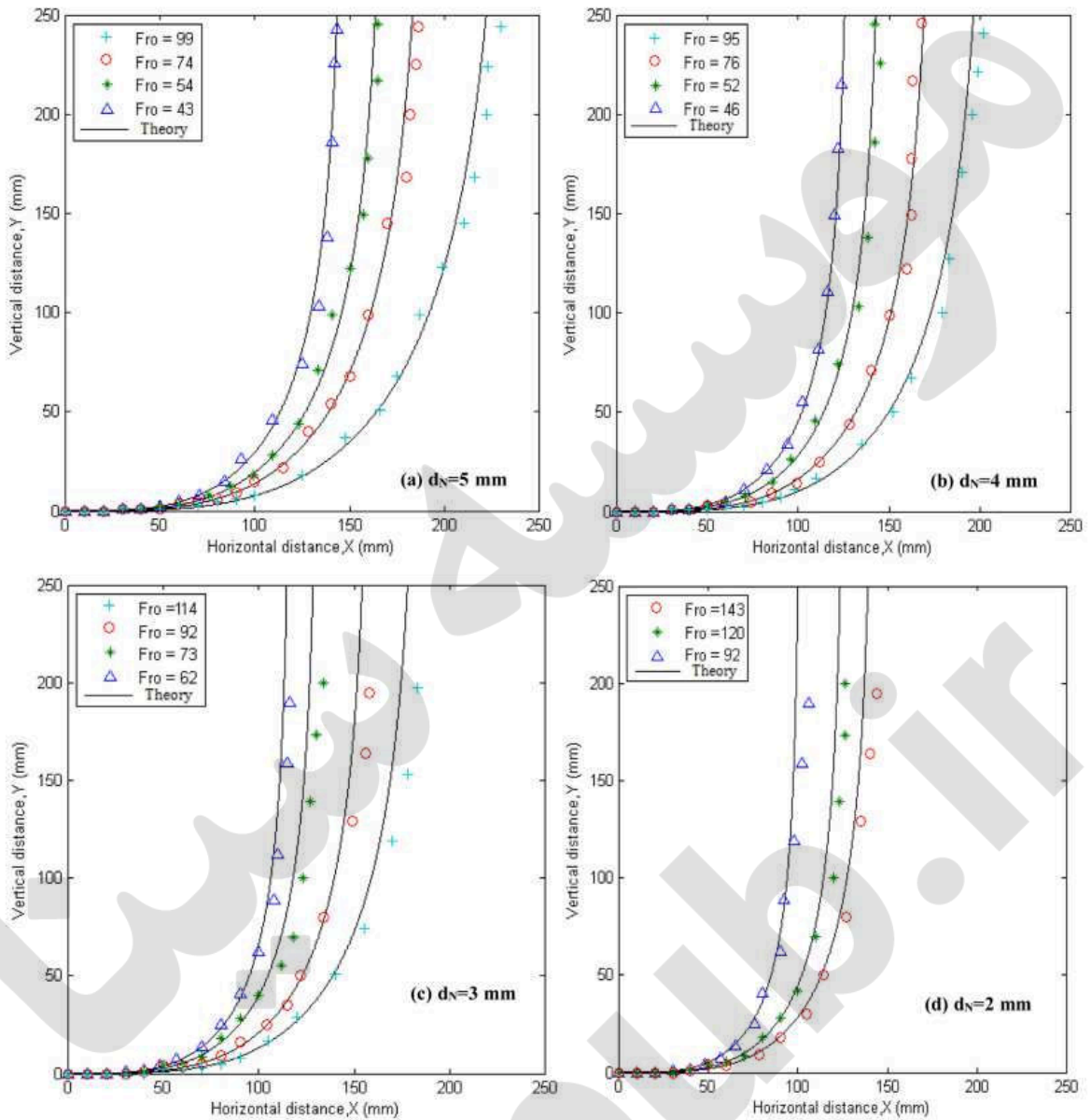
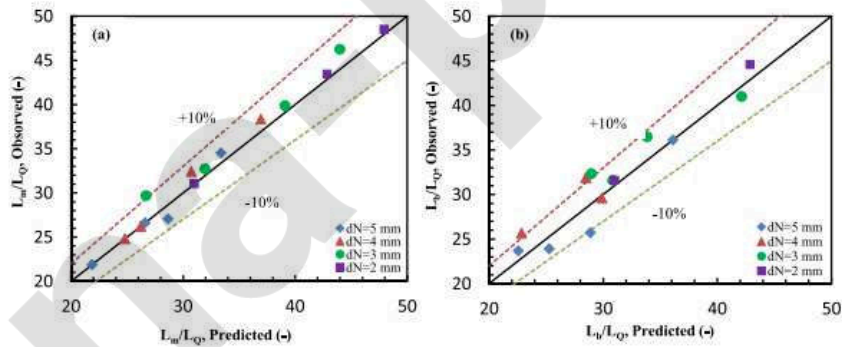
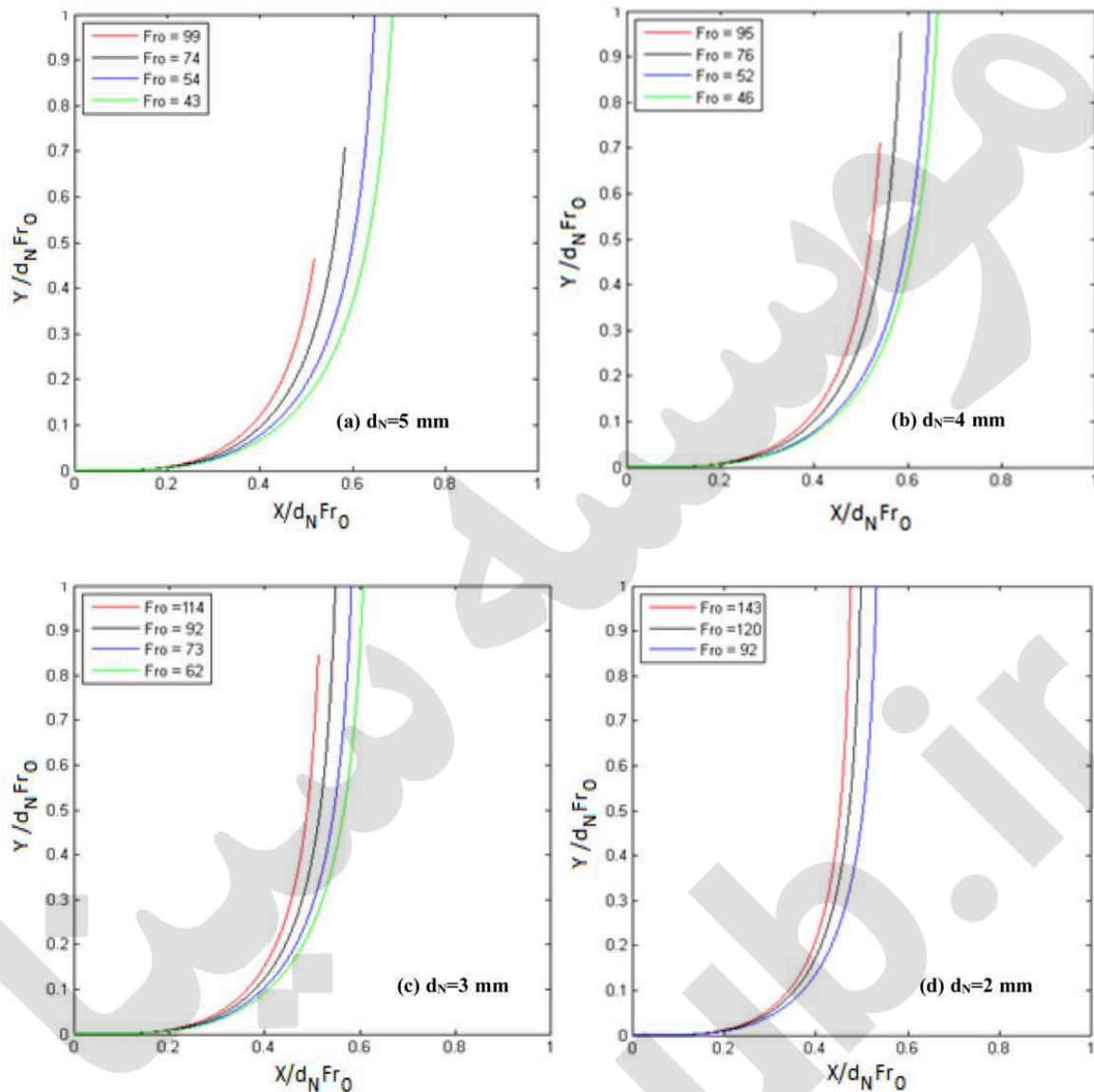


Fig. 11. Experimental and predicted center line jet trajectories for different Froude numbers and jet diameters.



شکل 12: مقایسه بین نتایج اندازه گیری و پیش بینی شده الف: طول حرکت ب: طول جت شناور . هر دو با طول

هندسی نرمال شده اند

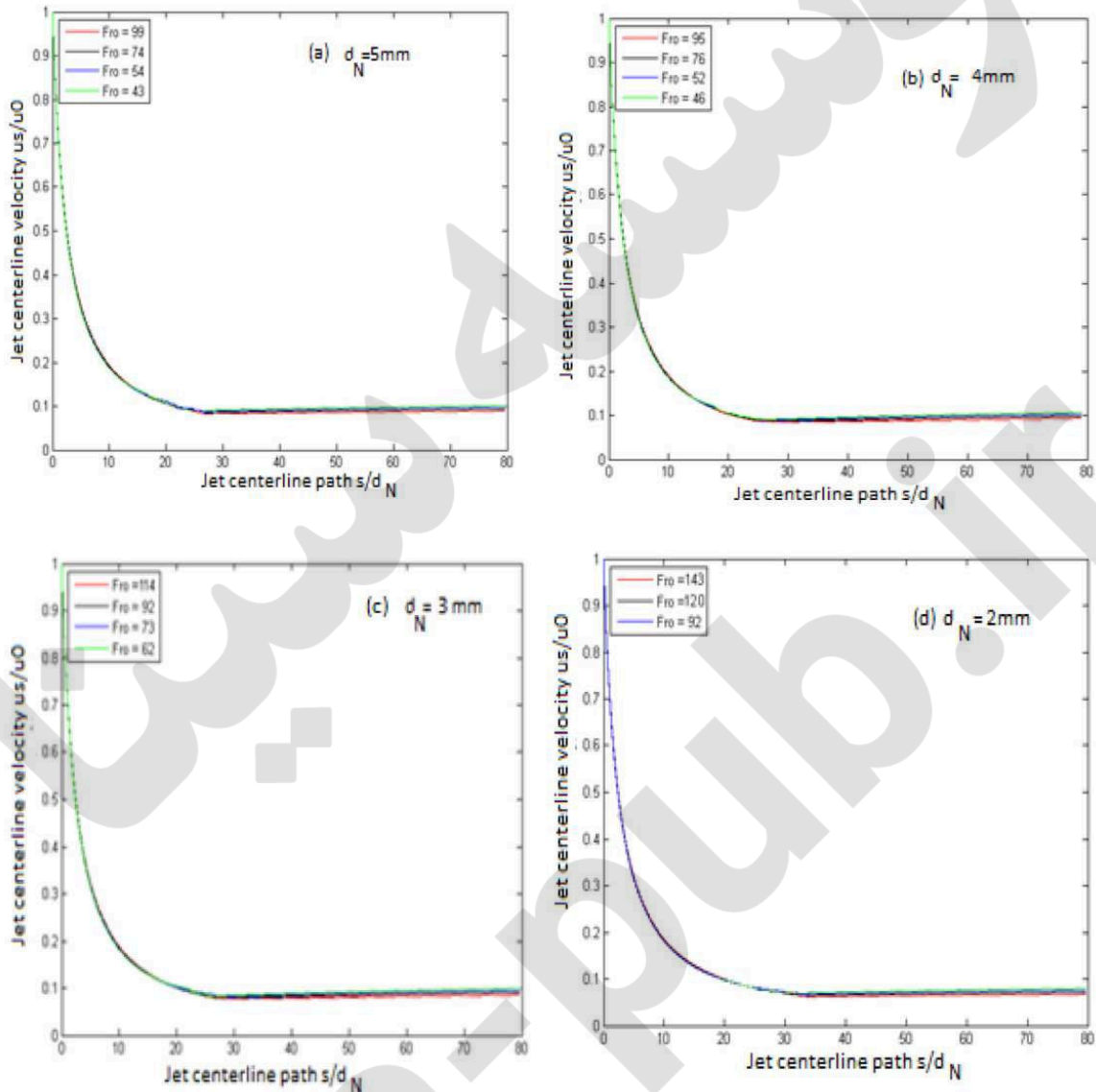


شکل 13: مسیر مرکزی جت در قطر جت متفاوت

مشاهدات پارامترهای جت نظیر طول نفوذ و حد فاصل جت و محیط اب با روش تجسم مستقیم با استفاده از دوربین پر سرعت و سیستم روشنایی در شکل 6 نشان داده شده است. تصاویر سایه نگار یک پیش بینی از جت گاز در تصویر دو بعدی را نشان می دهد. با این حال تصاویر جت با استفاده از دوربین PCO، مدل 1200 بدست آمد. دوربین همراه با Nikon AF Nikkor 50 میلی متر استفاده شد. یک بانک لامپ سیاه و سفید متشکل از لامپ 500 واتی به طور یکنواخت در پشت ورقه پلاکسی گلاز در روشنایی نور برای روشنایی پیش زمینه استفاده می شود. سیستم روشنایی، دوربین بر روی کامپیوتر برای روش تجسم جریان استفاده شد.

سرعت جریان جت با استفاده از دو روتومتر جریان موازی با 4-50 و 30-399 اندازه گیری شد. دما و فشار با ترموکوپل نوع K و انتقال دهنده Druck 1400-PTX اندازه گیری شد. طیف وسیعی از ترموکوپل ها و انتقال دهنده

ها برای اندازه گیری می شود طیف وسیعی از انتقالدهنده ها و ترموکوپل برای اندازه گیری سیگنال های مختلف برای کاهش خطر استفاده می شود. همه ترموکوپل ها و انتقال دهنده های فشار به یک سیستم جمع اوری داده متصل می شود.



شکل 14: تجزیه سرعت مرکزی در قطر های مختلف جت و عدد فروید

6-توصیف اندازه گیری و تحلیل تصویر

فنون گرافیکی تصویر ابزاری مهم در تحقیقات دینامیک سیالات می باشد. آنها به طور گسترده در مهندسی استفاده می شوند. به طور اخص، این روش ها در مطالعه پدیده های مختلف مربوط به جریان دو فازی استفاده می شوند. یک سری از آزمایشات با استفاده از روش عکس برداری برای ثبت موقعیت و حرکت مسیر جت گاز استفاده

می شود. اندازه گیری مناطق شناوری و حرکتی برای سنجش طول جت استفاده می شود. اندازه گیری کل جت برای اندازه گیری مسیر های جت تایید و ارزیابی مدل ریاضی استفاده می شود. این ویدئو در یک کیلو هرتز با ارایه CCD ثبت شده و دارای تفکیک پذیری مکانی 1090×872 است. هر سانتی متر برابر با 40 پیکسل است. یک مثال در شکل 7 نشان داده شده است.

همان طور که در شکل نشان داده شده است در نزدیکی منبع جت، حرکت جت غالب است. در جریان پایین دست، نیروی شناوری در جهت جاذبه عمل می کند و موجب تغییر مولفه عمودی جرمت در نرخ معادل با نیروی شناوری می شود

تصاویر دیجیتال جمع اوری و برای استخراج موقعیت واسط استفاده می شود تا مسیر های جت دو بعدی برای شرایط اولیه مختلف ارزیابی می شود. روش پردازش تصویر مشابه استفاده شده است. شکل 8 خلاصه ای از ساختار اصلی برنامه را نشان می دهد.

به منظور تشخیص مرز جت، یک مسیر در MATLAB متشکل از مراحل مختلف برای انجام پردازش تصویر وجود دارد که در شکل 9 نشان داده شده است. مقطع تیره، جت گاز شناور و مقطع سفید محیط اب است. در ابتدا، مرجع با خط کش وارد شده در ویدئوی تانک بدون تزریق جت ثبت می شود. این ویدئو ها برای تصحیح و کالیبراسیون استفاده می شود. سپس، تصاویر جت در 9 الف ثبت شده و به تصویر دو دویی تبدیل می شود. این تصویر سپس برای حذف حباب های جدا شده از فیلتر می شود. در نهایت، واسط جت با حذف حباب های کوچک تعدیل شد و شکل واسط حفظ شد. آخرین مرحله متشکل از تشخیص حاشیه برای یافتن محیط تصویری است که برای محاسبه نفوذ جت استفاده می شود

7-نتایج و ارزیابی

بسته به اهمیت نسبی نیروی اینرسی و شناوری، جریان را می توان به صورت جت غالب یا پلوم غالب طبقه بندی کرد. از این روی مقاومت جت مربوط به مقدار عدد فرود است

$$Fr_0 = \frac{u_0}{\sqrt{(\rho_a - \rho_g)/\rho_g g d_N}} \propto c_1 Re_d d_N^{\frac{2}{3}} \quad (44)$$

که d_N قطر نازل و U_0 سرعت جت اولیه در خروجی نازل است. برای یک قطر معین جت های با عدد فروید بالا ، سرعت خروجی بالا است و با حرکت اولیه جت غالب است و عدد فرود دارای سرعت خروجی پایین است و با شناوری غالب است.

شکل 10 الف 1 یک مقایسه بین شبیه سازی و نتایج آزمایشی نشان می دهد. فعالیت تحقیقاتی زیادی در زمینه جت های شناور در طی 50 سال اخیر منجر به مطالعات آزمایشی زیاد و تعدادی از مدل های متفاوت، مسیر جریان جت را توصیف می کند. تحقیقات آزمایشی مختلف در دهه های اخیر بر روی جت ها ارائه کرده و نتایج موید رویکرد مدل سازی ریاضی است (لیانگ و همکاران 2016، تطیب 2015، هاربی 2012، فرانسیس و همکاران 2014) مدل های ریاضی بر اساس رفتار جت در منابع را می توان به سه مقوله متفاوت تقسیم بندی کرد: مدل های انتگرال، مدل های مقیاس طولی و مدل هایی که از فنون انتگرال و مقیاس های طولی استفاده می کنند. مدل های انتگرال که بر اساس معادله حفاظت از جرم می باشند، رایج ترین موارد می باشند: آن ها به طور گسترده ای در عملیات مهندسی برای پیش بینی ویژگی های تخلیه جت شناور استفاده می شوند (فیشر و همکاران 1979). بیشتر این مدل ها تنها از جریان مومونتوم و جرم در مجموعه ای از معادلات حفاظتی استفاده می شوند. با این حال، آن ها اشاره به مدل های انتگرال درجه اول دارند. با این حال، داده های آزمایشی و محاسبات جت شناور با تغییرات تراکم بالا را می توان در ادبیات و منابع یافت. بیشتر تحقیقات برای تغییرات تراکم پایین انجام می شوند به خصوص زمانی که تقریب معتبر است و جت به طور عمودی تخلیه است (هاربی و همکاران 2014 الف). داده های آزمایشی اندک و محاسبات برای درک جریان استفاده میشوند (هاربی و همکاران 2014 ب).

1-7 مسیر جت

شکل 11 الف تا د یک مقایسه بین مسیر های پیش بینی شده و اندازه گیری شده برای شرایط اولیه قطر جت و عدد فروید را نشان می دهد. همان طور که می توان دید، مسیر جت دارای وابستگی قوی به عدد فروید دارد. برای عدد رینولد ثابت، عدد فروید متناسب با $d_N^{-3/2}$ است، از این روی به این معنی است که قطر نازل کوچک تر باشد، عدد فروید افزایش می یابد و حرکت جت نقش بیشتری از شناوری ایفا می کند

مقایسه نشان می دهد که نتایج شبیه سازی با نتایج آزمایشی برای شرایط اولیه و مناطق جت هم خوانی دارد. با این حال، برای عدد فروید بالا، پیش بینی یک انحراف کوچک را از آزمایشات به خصوص در مناطق پایین دست نشان می دهد. از این روی می توان از عدد رینولد در جریان های مختلف استفاده کرد. وقتی که انتقال رخ می دهد، زاویه خمش، کاهش ناگهانی ناشی از حرکت را نشان می دهد. این ناشی از افزایش نوسانات حرکت می باشد که همبستگی نزدیکی با جت دارد که رویداد های زیادی را نشان داده است. با این حال، مدل پیشنهادی قادر به پیش بینی مسیر های جت از حرکت به شناور با در نظر گرفتن عدد فروید و قطر جت است.

2-7 طول نفوذ جت

همان طور که در بالا گفته شد، طول جت پالس دار بوده و این در امتداد محور جت قرار دارد. لازم به ذکر است که مدل پیشنهادی، جریان حرکت افقی را حفظ کرده و از دیدگاه نظری، کاهش حرکت با اصطکاک در جهت ایکس و این موجب افزایش حرکت با شناوری در جهت Y بوده است. به دلیل تزریق حرکت، شکل جت مستقیم بوده و به دلیل سرعت بالای جت حفظ می شود. این طول نفوذ را به طور آزمایشی می توان نشان داد. نتایج نشان می دهد که مدل قادر به پیش بینی طول جت در هر دو منطقه است. مقادیر آزمایشی مطابق با پیش بینی مدل با خطای 10 درصد برای حرکت جت و طول نفوذ شناور است.

3-7 مسیر مرکزی جت

پس از ارزیابی نتایج پیش بینی شده مدل عددی با نتایج آزمایشی، مسیر مرکزی جت و پارامتر های جت دیگر را می توان پیش بینی کرد. شکل 13 الف و ت یک داده مسیر مرکزی را نشان می دهد که با عدد فروید در قطر های مختلف نشان داده می شود.

نتایج نشان می دهد که بسته به مقدار عدد فروید اولیه جت، توسعه منطقه حرکت به طور معنی داری با نیرو های شناوری تغییر می یابند. مسیر های جت با عدد فروید بالا در امتداد فواصل طولانی باقی می مانند. بر روی جت های شناور افقی با تغییرات تراکم بالا، مطالعات زیادی صورت نگرفته است. و تقریباً داده های آزمایشی را نمی توان در منابع یافت. با این حال جت های گازی افقی بسیار مطالعه شده اند. با این حال جت های گازی افقی غوطه ور در مایع، ویژگی های جریانی متفاوت را از جریان گاز-گاز نشان می دهند زیرا شکست حباب در جریان فاز متوقف می شود. از این روی، یک مسئله اصلی درک این جریان ها، محاسبه ساختار های عددی جریان و تایید

مدل های عددی و اندازه گیری آزمایشی آن هاست. محققان در تلاش برای درک ویژگی های فواره گازی، به اندازه گیری های نقطه ای نظیر پروب های مقاومت الکترونی برای تفکیک فاز مایع و گاز متکی بوده اند. در این فنون، پرب در نقطه اندازه گیری برای برخی زمان ها انجام شده و از این روی در فضا عبور می کند. سنجش عنصر یک نقطه اندازه گیری متشکل از نقاط اندازه گیری مختلف می باشد. در این میدان با جریان نامنظم و ناپایدار، اندازه گیری کلی مطلوب است زیرا اطلاعات اولیه را می توان کسب کرد. یک مثال در خصوص اندازه گیری کلی، عکس برداری سرعت است و در گذشته استفاده شده است (مگ الان و کینگ 1982، لات و فات 1989) و جزییات کمی از تصاویر ثبت شده بسیار پایین بود.

4-7 تجزیه سرعت مرکزی

به دلیل نبود داده های سرعت اندازه گیری شده در امتداد خط مرکزی جت، امکان انجام مجاسبات با استفاده از مدل ارزیابی شده وجود دارد. شکل 14 تجزیه سرعت مرکزی $u_s(s)/u_0$ را در امتداد مسیر جت غیر بعدی برای شرایط اولیه مختلف نشان می دهد.

می توان دید که سرعت مرکزی نرمال در جهت پایین دست در امتداد مسیر مرکزی جت کاهش می یابد. با کاهش عدد فروید سرعت محوری کاهش می یابد. در نزدیکی خروجی نازل، جت در رژیم هم رفتی قرار می گیرد. از این روی مایع افزایش یافته و حجم نیز بالا می رود. این موجب کاهش سرعت در جهت جریان شده و نیروهای شناوری در جهت پایین دست مهم تر است.

8- نتیجه گیری

مسئله جت گاز با تراکم پایین تزریق شده به محیط با تراکم مایع بالا در کاربرد های محیطی بالا بوده و این از اهمیت زیادی در شرایط مختلف برخوردار است. ساختار و فرایندهای جریان ناپایدار و توربولانت است. در این مطالعه، مدل عددی انتگرال بر اساس حفاظت شار حرکتی برای پیش بینی مسیر جریان استفاده شد. تایید مدل با مقایسه نتایج با روش های دیگر صورت گرفت. به علاوه یک سری از تست های آزمایشی برای ثبت مناطق جت شناور و حرکت برای اندازه گیری طول جت استفاده می شود.

نتایج حاصل از پردازش تصویر نشان داد که جریان جت سه رژیم جریان را در امتداد یک فاصله پایین دست نشان داد 1- رژیم غالب حرکتی که ناشی از حرکت جت افقی اولیه نزدیک به نازل جت است 2- رژیم شناور ناشی از

نیروی شناوری بر روی جت 3- رژیم انتقال بین رژیم های حرکت و شناور. نتایج مقایسه نشان داد که مدل مسیر های جت را با طول نفوذ، سرعت جت و زاویه جت برای طیف وسیعی از مسیر ها و طول های مختلف تعیین می کنند. مدل عددی رفتار مسیر از حرکت مناطق شناور است.

حاشیه فوقانی بیرونی قطر جت 5 میلی متر در عدد فروید بالا در منطقه شناور پیش بینی نمی شود. با این حال تفاوت ها نسبتا کوچک می باشند. دلیل این است که حاشیه فوقانی جت در منطقه شناور ناشی از ناپایداری است و دلیل دیگر می تواند افزایش مقیاس زمانی توربولانس در این منطقه باشد. چون این اثرات افزایش می یابد سرعت جریان نیز بالا می رود.

از این روی اثرات تغییر تراکم بزرگ و سرعت جت بر روی ضریب ماندگاری نیازمند مطالعه بیشتر است. مدل یک ابزار مهندسی کارآمد رای پیش بینی مسیر های جت شناور در محیط تراکم بالا است. این بدین معنی است که محاسبه کاهش حرکت ناشی از اصطکاک و ماندگاری قطره با معادلات محاسبه می شود.