

## تجزیه و تحلیل ولتاژ در ازای شبکه توزیع

### تایید مکان شناسی

چکیده- شبکه های توزیع شبکه های پیچیده خطوط را تشکیل می دهند که اغلب موارد به طور مجدد پیکربندی می شوند تا میزان اتلاف به حداقل برسد، بارها به تعادل برسند، خطاها از بین برود یا اینکه به منظور اهداف نگه داری به کار می روند. نظارت بر مکان شناسی به وظیفه اساسی برای زمانبندی بهینه شبکه تبدیل شده است. در حالی که ساختارهای فاز همزمان به شبکه های ولتاژ پایین محدود اند، صنایع سرشار از داده های سنجش هوشمند در اختیار خود هستند. در این زمینه، چارچوب یادگیری آماری برای تایید ساختارهای شبکه تک فاز با استفاده از داده های ولتاژ غیر همزمان مطرح می گردد. از فعالیت احتمالی ماکسیمم کاسته می شود تا تابع غیرمحدب در مجموعه غیرمحدب به حداقل برسد. این تابع شامل ماتریس کوواریانس ولتاژ نمونه بوده و مجموعه تحقق پذیر به بدنه محدب خود کاهش می یابد. در تعدادی از داده های بدون نشانه، مکان شناسی حقیقی منجر به حداقل رساننده جهانی مسائل اولیه و کاهش یافته می گردد. طبق مدل داده های ساده سازی شده، این تابع محدب بوده، لذا تضمین بهینگی است. اطلاعات قبلی درباره وضعیت های خطی همچنین از طریق رویکرد ماکسیمم پسین شامل می گردد. فعالیت های ساماندهی شده با حل کننده های دارای نقاط قوت تکمیلی رسیدگی می شوند. آزمون های عددی با استفاده از داده های حقیقی راجع به تغذیه کنندگان معیار نشان می دهد که برآوردهای مکان شناسی معتبر را می توان حتی با چند نوع داده سنجش هوشمند به دست آورد، در حالی که طرح های غیر محدب عملکرد تایید خطر برتر به بهای زمان محاسباتی بیشتر از خود نشان می دهند.

واژگان شاخص- ماکسیمم احتمال، برآورد ماتریس کوواریانس معکوس، مدل جریان توزیع خطی.

#### 1-مقدمه

علاقه تجاری کم به همراه پوشش محض شبکه های ولتاژ پایین مسکونی منجر به تجهیزات محدود شده اند. از دیرباز، اپراتورهای صنعتی داده های ولتاژ، جریان و نیرو را فقط از چند نقطه شبکه جمع آوری می کنند. با افزایش علاقه به تولید نیرو از طریق خورشید و ادغام آن با برنامه های شارژ خودرو برقی و واکنش بر حسب تقاضا، صنایع

نیاز به مدل های پیشرفته تر برای انجام زمانبندی شبکه دارند. در این راستا و با توجه به هزینه بازدارنده نصب فازهای همزمان در مقیاس گسترده، داده های فراساختار سنجش پیشرفته و مبدل های نیرو می توانند اطلاعات شبکه مفید فراهم کنند. یکی از این اطلاعات اساسی ساختار عملیاتی شبکه است. شبکه های نیرو با خطوط اضافه برای کارایی، اعتبار و نگه داری ساخته می شوند. هر چند اپراتورها با خطوط موجود به همراه ویژگی های خود آشنا هستند، مکان شناسی بانرژی که تحت آن شبکه در هر نقطه زمانی عمل می کند، ممکن است به طور دقیق شناخته شده نباشد. در سطح انتقال، مکان شناسی شبکه معمولا با داده های تاریخی، اندازه گیری ها و برآورد گر وضعیت تعمیر یافته به دست می آیند (1). تشخیص قطع برق تک سیمی و دو سیمی از طریق شمارهای موثر در (2) پیشنهاد شده اند، در حالی که قطع برق خطوط چندگانه از طریق نمایش کامل پراکنده در (3) ارائه می گردند. با توجه به تزریق نیرو در بین شبکه در چند زمان متعدد، اتصال شبکه از طریق عامل ماتریس نهان در (4) بازیابی می شود. میدان تصادفی گاسی مارکوف در زوایای ولتاژ مخزن مطرح شده اند تا خطاهای شبکه انتقال تعیین محل شوند (5). مکان شناسی های سیستم نیرو به جای استفاده از کمیت های الکتریکی، با استفاده از قیمت های الکتریسیته موجود آشکار در (6) ردیابی می شوند. مرجع (7) با تاکید بر شبکه های توزیع، به بهره گیری از تاخیرهای زمانی سیگنال های ارتباطات خط نیرو می پردازد تا ساختار شبکه را نمایان سازد. طرح بازیابی مکان شناسی (8) متکی بر ویژگی های ماتریس کوواریانس معکوس بزرگنمایی های ولتاژ مخزن است. مرجع (9) پس از مطرح نمودن مدل شبکه توزیع خطی طرح های قبلی را به داده های ولتاژ برگرفته از تغذیه کننده های چندگانه، تزریق نیروهای متناسب و شبکه هایی با نسبت متغییر مقاومت به واکنش تعمیر می دهد. الگوریتم های بازیابی گراف (9) گسترش یافته اند تا کوواریانس های تزریق نیرو را از گره های پایانه دربرگیرند (10). مکان شناسی شبکه با استفاده از مدل های گرافیکی بررسی شده اند که درخت فاصله بندی را بر اساس اطلاعات دوگانه داده های ولتاژ در (11) تطبیق دهی نموده اند. رویکردهای قبلی متکی بر لحظات کلی به جای نمونه ای داده سنج می باشند. در شبکه ای با  $N$  تعداد مخزن، کوواریانس نمونه داده های ولتاژ پس از جمع آوری در حدقل  $N$  داده، وارون پذیر می گردد. اگر سنجش ها از هر چند دقیقه گزارش دهند، کوواریانس نمونه را می توان فقط پس از چند ساعت وارونه ساخت. حتی پس از آن، معکوس آن به طور عمده از نظیر مشابه خود انحرافی خواهد داشت. روش های استنباط مکان شناسی متکی بر داده های فاز همزمان نیز برای شبکه های توزیع پیشنهاد شده اند. طرح (12)

مکان شناسی را انتخاب نموده و به بهترین تناسب حداقل مربع در حالت جامع دست می یابد که پیچیدگی آن به طور تصاعدی در چند نوع شکل بندی افزایش می یابد. الگوریتم داده محور برای تشخیص رویدادهای تغییر دهنده بر اساس نشانه های مکان شناسی گزارش شده است (13). مدل خطی پراکنده به بررسی وابستگی ولتاژ بین هر گره و تمامی گره ها پرداخته و از طریق رگرسیون جریمه شده  $\ell_1$  در (14) جستجو می شود؛ با این وجود، مدل های هر گره ممکن است تطابقت نداشته باشند. در (15)، ماتریس پذیرش مخزن از طریق رگرسیون خطی یافت شد و رویت پذیری آن با فرض توصیف شد که تمامی مخزن های اندازه گیری نشده نیرو را تزریق نمی کنند. هر چند فازهای همزمان برای شبکه های توزیع در جریان اند، هزینه فعلی آنها مانع از کاربرد گسترده آنها می شود. فعالیت تایید مکان شناسی شبکه با استفاده از داده های ولتاژ غیرهمزمان در اینجا در نظر گرفته می شوند. اثرگذاری ما سه برابر است. نخست اینکه تایید مکان شناسی در شبکه های تک فاز به عنوان مسئله احتمال ماکسیمم شامل ماتریس کوواریانس نمونه داده های ولتاژ مطرح می گردد.

پس از مرور مدل شبکه در بخش دوم، مکان شناسی شبکه با بردار دوتایی بررسی می گردد (بخش سه-الف). در چند داده به طور بی نشانه، مکان شناسی درست شامل حداقل رسان جهانی برای هر دو مسئله است. دوم اینکه طرح های یادگیری جدید ساده سازی می کنند اگر فرض شود خطوط نسبت های مشابه مقاومت به واکنش نشان می دهند همچنین (8) را ببینید. با نادیده گیری نویز، تابع احتمال محدب می شود و لذا محدوده های عددی در بهینگی فرعی کاهندگی به دست می آیند. سرانجام آنکه اطلاعات قبلی درباره وضعیت خطوط مجزا به لحاظ ماکسیمم برآورد گر قبلی شامل می گردد. آزمون های عددی بخش 5 با استفاده از داده های حقیقی درباره تغذیه دهنده های معیار یافته های ما را تایید می کنند و نتایج در بخش شش ارائه می شوند. حروف کوچک پررنگ نشان دهنده بردارهای ستون به استثناء بردار جریان نیرو پیچیده  $S$  می باشند. نمادهای خطی برای مجموعه ها حفظ می شوند. نماد  $T$  نشان دهنده جابجایی،  $\bar{z}$  نماد حالت پیچیده  $Z$  است. بردارهای  $0$  و  $1$  بردارهای تمام صفر و تمام یک اند. نماد  $\|x\|_2$  نشان دهنده هنجار  $\ell_2$ - $x$  بوده و  $dg(x)$  ماتریس قطری دارای  $x$  در قطر خود توصیف می کند. ماتریس مشخص مثبت و متقارن با  $X \succ 0$  ( $X \succeq 0$ ) نشان داده می شود.

دو. مدل سازی مقدماتی

طرح های تایید مکان شناسی مطرح شده بر مبنای مدل خطی برآوردی شبکه های توزیع اند که به طور کوتاه بعدها بررسی می شوند. شبکه شعاعی تک فاز دارای  $N+1$  مخزن بوده که با گراف درختی  $T = (N_o, \mathcal{L})$  نشان داده می شود که گره های آن  $N_o := \{0, \dots, N\}$  متناظر با مخزن ها بوده و یال های آن  $\mathcal{L}$  متناسب با خطوط توزیع اند. این درخت ریشه در مخزن ایستگاه فرعی شاخص بندی شده با  $n=0$  می باشد. در حالی که هر مخزن غیر ریشه  $n \in \mathcal{N} := \{1, \dots, N\}$  به مخزن اصلی  $\pi_n$  منحصر به فرد خود از طریق خط  $n$  مربوط می شود. این شبکه با معادلات جریان شاخه مدل سازی می شود.

$$s_n = \sum_{k \in \mathcal{C}_n} S_k - S_n + I_n z_n \quad (1a)$$

$$v_n = v_{\pi_n} - 2 \operatorname{Re}[\bar{z}_n S_n] + I_n |z_n|^2 \quad (1b)$$

$$|S_n|^2 = v_{\pi_n} I_n \quad (1c)$$

که در آن  $z_n = r_n + jx_n$  امپدانس خط  $n$ ،  $I_n$  بزرگنمایی جریان مربع در خط  $n$ ،  $S_n$  جریان نیرو پیچیده ارسالی در خط  $n$  از گره اصلی  $\pi_n$  و  $\mathcal{C}_n$  مجموعه مخزن های فرعی به ازای  $n$  است. به علاوه  $v_n$  و  $s_n = p_n + jq_n$  بزرگنمایی ولتاژ مربع و تزریق نیرو در مخزن  $n$  هستند. رابطه 1 الف برگرفته از حفظ نیرو، رابطه 1 ب توصیف افت ولتاژ مربع در امتداد خط  $n$  و 1 ج برگرفته از تعریف جریان نیرو پیچیده است. چون غیرخطی بودن در 1 ج محاسبات جریان نیرو را پیچیده می سازد، شبکه های توزیع گاهی با مدل جریان خطی بررسی می شوند. آن ها همچنین برگرفته از این فرض هستند که بزرگنمایی ولتاژ به طور متحد در نظر گرفته می شود و اختلاف زاویه ولتاژ بین مخزن های همسایه کوچک است یا اینکه از طریق سری های تیلور مرتبه نخست و برآورد تزریق نیرو به عنوان توابع ولتاژ حاصل گردد. مکان شناسی شبکه با  $N+1$  مخزن و  $L$  خط توزیع با ماتریس رویداد شاخه مخزن  $\bar{\mathbf{A}} \in \{0, \pm 1\}^{L \times (N+1)}$  بررسی می شود که می توان به ستون های اول و باقی  $\bar{\mathbf{A}} = [\mathbf{a}_0 \ \mathbf{A}]$  افراز نمود. به ازای شبکه شعاعی ( $L = N$ ) ماتریس رویداد کاهش یافته  $\mathbf{A}$  مربع و برگشت

ناپذیر است. با صرف نظر از اتلاف ها رابطه 1 الف و ب می توان طبق زیر بیان نمود

$$\mathbf{s} = \mathbf{A}^T \mathbf{S} \quad (2a)$$

$$\mathbf{A} \mathbf{v} = 2 \operatorname{Re}[\operatorname{dg}(\bar{\mathbf{z}}) \mathbf{S}] - \mathbf{a}_0 v_0 \quad (2b)$$

که در آن بردار تزریق های گره ای پیچیده است.  $\mathbf{z} = \mathbf{r} + j\mathbf{x}$  بردار امپدانس خطی و  $v_0$  بزرگنمایی ولتاژ مربع در ایستگاه فرعی است. با جایگزینی رابطه  $\mathbf{S} = \mathbf{A}^{-T}\mathbf{s}$  از 2 الف در 2 ب، و با توجه به  $\mathbf{a}_0 + \mathbf{A}\mathbf{1} = \mathbf{0}$  بردار  $\mathbf{v}$  جمع کننده بزرگنمایی ولتاژ مربع در تمامی مخزن ها در  $\mathcal{N}$  را می توان طبق [17], [9], [20] چنین بیان کرد

$$\mathbf{v} \simeq \mathbf{R}\mathbf{p} + \mathbf{X}\mathbf{q} + v_0\mathbf{1}_N \quad (3)$$

که در آن ماتریس های  $\mathbf{R}, \mathbf{X}$   $N \times N$  چنین تعریف می شوند

$$\mathbf{R} := 2(\mathbf{A}^T \text{dg}^{-1}(\mathbf{r})\mathbf{A})^{-1} \quad (4a)$$

$$\mathbf{X} := 2(\mathbf{A}^T \text{dg}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{A})^{-1} \quad (4b)$$

طرف راست رابطه 3 بزرگنمایی ولتاژ مربع حقیقی را با یک سو نگری بسته به  $I_n$  کمتر از حد برآورد می کند. آزمون های عددی خطای برآورد بزرگنمایی ولتاژ کمتر از 0.005 pu را گزارش می دهند. بزرگنمایی های ولتاژ مربع در تمامی گره ها با دوره نمونه  $T_s$  جمع آوری می شوند. نمونه ها با اندیس  $t = 0, \dots, T$  شاخص بندی می شوند. با به کارگیری 3 در دو نمونه متوالی، نوسانات در بزرگنمایی ولتاژ مربع  $\tilde{\mathbf{v}}_t := \mathbf{v}_t - \mathbf{v}_{t-1}$  با اختلال ها در تزریق نیرو در  $\tilde{\mathbf{p}}_t := \mathbf{p}_t - \mathbf{p}_{t-1}$  و  $\tilde{\mathbf{q}}_t := \mathbf{q}_t - \mathbf{q}_{t-1}$  این مدل را دنبال می کند

$$\tilde{\mathbf{v}}_t = \mathbf{R}\tilde{\mathbf{p}}_t + \mathbf{X}\tilde{\mathbf{q}}_t + \mathbf{n}_t \quad (5)$$

که در آن بردار  $\mathbf{n}_t$  به بررسی اندازه گیری نویز، خطای برآوردی معرفی شده با ال دی اف و بی دقتی های مدل سازی می پردازد.

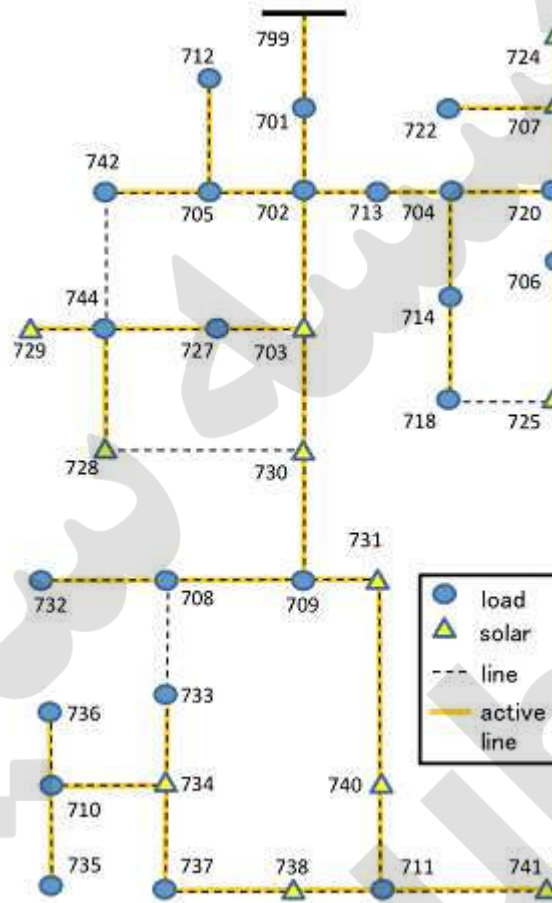
سه. تایید مکان شناسی

شبکه های نیرو با افزونگی در فراساختار خط ایجاد می شوند. این افزونگی اعتبار شرکت را در برابر از کار افتادگی یا در طی حفظ زمانبندی ها حفظ می کنند در حالی که شبکه ها به طور منظم به ازای به حداقل رسانی زیان مجدد پیکربندی می شوند. لذا مجموعه ای از خطوط انرژی  $\mathcal{L}$  زیرمجموعه ای خطوط موجود نشان داده شده با مجموعه  $\mathcal{L}_e$  با  $|\mathcal{L}_e| = L_e$  و  $\mathcal{L} \subseteq \mathcal{L}_e$  می باشد. برای تایید مکان شناسی شبکه با داده های سنجش

هوشمند  $(\mathbf{R}, \mathbf{X})$  تعریف شده در 4 را به لحاظ خطوط فعال طبق زیر بیان می کنیم

$$\mathbf{R} = \left( \sum_{\ell \in \mathcal{L}} \frac{1}{2r_\ell} \mathbf{a}_\ell \mathbf{a}_\ell^\top \right)^{-1} \text{ and } \mathbf{X} = \left( \sum_{\ell \in \mathcal{L}} \frac{1}{2x_\ell} \mathbf{a}_\ell \mathbf{a}_\ell^\top \right)^{-1} \quad (6)$$

که در آن  $\mathbf{a}_\ell^\top$  برابر ردیف  $\ell$  ام  $\mathbf{A}$  است. ماتریس  $\mathbf{A}$  بسط داده می شود تا شامل خطوط فعال و غیر انرژی گردد.



شکل 1- فراساختار خط آیی.ایی.ایی معیار تغذیه کننده 37 مخزنی.

حال متغیر  $b_\ell$  را برای خط  $\ell$  با در نظر داشتن مقادیر  $b_\ell = 1$  معرفی می کنیم اگر  $\ell \in \mathcal{L}_e$  و در غیر این صورت  $b_\ell = 0$ . با جمع آوری  $b_\ell$  در بردار طول  $\mathbf{b}$  ماتریس های  $(\mathbf{R}, \mathbf{X})$  را می توان طبق زیر نوشت:

$$\mathbf{R}(\mathbf{b}) = \left( \sum_{\ell \in \mathcal{L}_e} \frac{b_\ell}{2r_\ell} \mathbf{a}_\ell \mathbf{a}_\ell^\top \right)^{-1}, \quad \mathbf{X}(\mathbf{b}) = \left( \sum_{\ell \in \mathcal{L}_e} \frac{b_\ell}{2x_\ell} \mathbf{a}_\ell \mathbf{a}_\ell^\top \right)^{-1}$$

که در آن خلاصه ها در  $\mathcal{L}_e$  گسترش می یابند. در این نمایش، تایید مکان شناسی شبکه حاوی یافتن  $\mathbf{b}$  از داده های سنجش است. ارقام سنجش با استفاده از بازه زمانی  $T$  جمع آوری می شوند. با توجه به قابلیت های محاسبه فعلی و آتی فراساختار سنجش هوشمند، نمونه ها هر  $T_e = 5$  یا 15 دقیقه جمع آوری می شوند. طی یک ساعت

حداکثر  $T=4$  الی 12 بردار ولتاژ را می توان ثبت نمود. داده های سنجش هوشمند شامل بزرگنمایی ولتاژ، قدرت فعال، و عوامل نیرو در بین کمیت های دیگر اند. با این وجود سنجش هوشمند بر یک خانوار متمرکز است که ممکن است لزوماً به مخزن واکنش نشان ندهد. گره های شبکه های ولتاژ پایین معمولاً با ترانسفورمرهای قطبی تطبیق یابی می شوند، که هر کدام 5 الی 10 مصرف کننده مسکونی را پاسخگو هستند. لذا مقادیر نیرو سنجش ها ممکن است لزوماً به کار نرود. در عوض، به طور آماری به توصیف تزریق های نیرو پرداخته و متکی بر آمار مرتبه دوم ولتاژخوان ها برای تایید مکان شناسی شبکه اند.

الف- تایید تحت مدل داده های مفصل

برای دستیابی به فرمول بندی آماری قابل کنترل، داده های تزریق مختلف  $(\tilde{\mathbf{p}}_t, \tilde{\mathbf{q}}_t)$  فرض می شود که بردارهای تصادفی میانگین-صفر با ماتریس های کوواریانس  $\Sigma_p := E[\tilde{\mathbf{p}}_t \tilde{\mathbf{p}}_t^T], \Sigma_q := E[\tilde{\mathbf{q}}_t \tilde{\mathbf{q}}_t^T]$  برقرار هستند. بردار نویز  $\mathbf{n}_t$  در 5 به عنوان گاسی مستقل میانگین-متوسط با واریانس  $\sigma_n^2$  مدل سازی می شود که  $\mathbf{n}_t \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \sigma_n^2 \mathbf{I})$  است. تحت این مفروضات و طبق 5، بزرگنمایی ولتاژ مربع  $\tilde{\mathbf{v}}_t$  (به اختصار داده های ولتاژ) همچنین میانگین-صفر اند که شبیه ماتریس کوواریانس می باشد که به وضوح با بردار شاخص خط  $\mathbf{b}$  پارامتر بندی شده اند

$$\Sigma(\mathbf{b}) = \mathbf{R}(\mathbf{b})\Sigma_p\mathbf{R}(\mathbf{b}) + \mathbf{X}(\mathbf{b})\Sigma_q\mathbf{X}(\mathbf{b}) + \mathbf{R}(\mathbf{b})\Sigma_{pq}\mathbf{X}(\mathbf{b}) + \mathbf{X}(\mathbf{b})\Sigma_{pq}^T\mathbf{R}(\mathbf{b}) + \sigma_n^2\mathbf{I}_N. \quad (7)$$

بر اساس مدل سازی قبلی، مسئله تایید مکان شناسی سپس بیان می شود.

تعریف 1. وظیفه تایید مکان شناسی بالغ بر یافتن زیرمجموعه  $\mathcal{L}$  خطوط توزیع فعال است که بر حسب زیر داده

می شود: الف- فراساختار خط توزیع  $\{a_\ell\}_{\ell \in \mathcal{L}_a}$ ؛ ب- پارامترهای خط  $\{r_\ell, x_\ell\}_{\ell \in \mathcal{L}_r}$ ؛

ج- ماتریس های کوواریانس  $\Sigma_p, \Sigma_q, \Sigma_{pq}$ ؛ د- داده های ولتاژ  $\{\tilde{\mathbf{v}}_t\}_{t=1}^T$  نسبت به نمونه های  $T$

جدای از تعیین مکان شناسی که در آن خطوط موجود و امیدانس ها ناشناخته اند 9، 17، در تایید مکان شناسی اپراتور تاسیسات فراساختار خط را می داند ارقام ولتاژ را جمع آوری می کند اما تزریق نیرو فقط از طریق لحاظات مرتبه اول و دوم توصیف می شوند. تزریق نیرو در ترانسفورمر قطب 5-10 خانه مازاد را تامین نیرو می کند.

کوواریانس ها را می توان از طریق داده های تاریخی برآورد نمود. ساختار کوواریانس از تعداد پارامترها می کاهد. برای ایجاد مدل آماری داده های ولتاژ، متغیرهای فعلی قضیه محدوده مرکزی را به کار بردیم و بیان نمودیم که تابع شدت احتمال هر بردار متغیر  $\tilde{\mathbf{v}}_t$  به طور بی نشان در  $N$  تا یک تابع شدت احتمال گاسی چند متغیره همپوشی دارد، حتی اگر  $(\tilde{\mathbf{p}}_t, \tilde{\mathbf{q}}_t)$  گاسی نباشد.

نکته 1.

در آن  $\tilde{\mathbf{v}}_t = \sum_{n=1}^N (\tilde{p}_{t,n} \mathbf{r}_n + \tilde{q}_{t,n} \mathbf{x}_n)$  ورودی  $n$ ام  $(\tilde{\mathbf{p}}_t, \tilde{\mathbf{q}}_t)$  بوده و  $(\mathbf{r}_n, \mathbf{x}_n)$  ستون های  $n$ ام  $(\mathbf{R}, \mathbf{X})$  هستند. بردار  $N$  بعدی  $\tilde{\mathbf{v}}_t$  لذا به عنوان مجموع  $N$  بردار تصادفی مستقل بیان می شود. جدای از چند متغیره سنتی سی.ال.تی، بعد  $\tilde{\mathbf{v}}_t$  بر حسب تعداد جمع ها افزایش می یابد.

با این وجود، تابع شدت احتمال آن هنوز با تابع شدت احتمال گاسی به ازای تزریق های نیروی محدود برآورد می شوند. آزمون های آماری بر اساس داده های حقیقی در بخش 5 این فرض را تایید می کنند. لذا تابع شدت احتمال  $\tilde{\mathbf{v}}_t$  را می توان طبق زیر برآورد نمود

$$p(\tilde{\mathbf{v}}_t; \mathbf{b}) = \frac{|\Sigma(\mathbf{b})|^{-1/2}}{(2\pi)^{N/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \tilde{\mathbf{v}}_t^T \Sigma^{-1}(\mathbf{b}) \tilde{\mathbf{v}}_t\right).$$

برای توصیف کامل داده های جمع آوری شده  $\{\tilde{\mathbf{v}}_t\}_{t=1}^T$ ، تابع شدت احتمال مشترک آنها فراهم می شوند. در این راستا، با فرض استقلال در بین زمان راحت بوده و به لحاظ محاسباتی کنترل پذیر است. در واقع، توابع تناسب خودکار متعارف توصیف شده در شکل 3 نشان می دهند که داده های ولتاژ در گذر زمان به ویژه به ازای دوره های نمونه بیشتر از 5 دقیقه تناسب ندارند. لذا مجموعه داده ولتاژ تابع شدت احتمال مشترک کل

$$p(\{\tilde{\mathbf{v}}_t\}_{t=1}^T; \mathbf{b}) = \prod_{t=1}^T p(\tilde{\mathbf{v}}_t; \mathbf{b}).$$

$$p(\{\tilde{\mathbf{v}}_t\}_{t=1}^T; \mathbf{b}) = \frac{|\Sigma(\mathbf{b})|^{-T/2}}{(2\pi)^{NT/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \tilde{\mathbf{v}}_t^T \Sigma^{-1}(\mathbf{b}) \tilde{\mathbf{v}}_t\right).$$

است.

با مشاهده داده های  $\{\tilde{\mathbf{v}}_t\}_{t=1}^T$ ، تابع  $\mathbf{b}$   $p(\{\tilde{\mathbf{v}}_t\}_{t=1}^T; \mathbf{b})$  برابر تابع احتمال بردار شاخص خط ناشناخته  $\mathbf{b}$  می گردد. با

اتخاذ رویکرد احتمال بیشینه  $\mathbf{b}$  را می توان به عنوان بیشینه ساز  $p(\{\tilde{\mathbf{v}}_t\}_{t=1}^T; \mathbf{b})$  در نظر گرفت یا به طور معادل



به عنوان کمینه ساز  $-\log p(\{\tilde{\mathbf{v}}_t\}_{t=1}^T; \mathbf{b})$  محسوب کرد. پس از مقیاس بندی تا  $2/T$  و نادیده گری واژه های ثابت، تابع احتمال لگاریتمی برابر است با

$$f(\mathbf{b}) := \log |\Sigma(\mathbf{b})| + \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \tilde{\mathbf{v}}_t^\top \Sigma^{-1}(\mathbf{b}) \tilde{\mathbf{v}}_t.$$

با استفاده از عامل خطی اپراتور ردیاب  $\text{Tr}(\cdot)$  تابع  $f(\mathbf{b})$  را می توان به طور معادل بر طبق زیر بیان کرد

$$f(\mathbf{b}) = \log |\Sigma(\mathbf{b})| + \text{Tr}(\Sigma^{-1}(\mathbf{b}) \hat{\Sigma}) \quad (8)$$

که در آن  $|\cdot|$  دترمینان ماتریس و  $\hat{\Sigma}$  ماتریس کوواریانس نمونه داده های ولتاژ است

$$\hat{\Sigma} := \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \tilde{\mathbf{v}}_t \tilde{\mathbf{v}}_t^\top. \quad (9)$$

تابع  $f(\mathbf{b})$  شامل دو عبارت است  $\text{Tr}(\Sigma^{-1}(\mathbf{b}) \hat{\Sigma})$  تمامی اطلاعات را از داده های ولتاژ جمع آوری می کند و می

توان آن را به عنوان واژه متناسب با داد ها درک نمود. واژه  $\log |\Sigma(\mathbf{b})|$  به عنوان محافظ تنظیم گر  $\Sigma(\mathbf{b})$  درون مخروط ماتریس مشخص عمل می کند. بردار  $\mathbf{b}$  را می توان با حداقل رسانی زیر به دست آورد

$$f^* := \min_{\mathbf{b} \in \mathcal{B}, \mathbf{1}^\top \mathbf{b} = L} f(\mathbf{b}) \quad (10)$$

که در آن  $\mathcal{B} := \{0, 1\}^{L_e}$  و حد  $\mathbf{1}^\top \mathbf{b} = L$  تعداد خطوط فعال را به  $L$  تثبیت می کند. در شبکه ای با

$N+1$  گره نیاز به  $L=N$  در 10 داریم که ساختار شعاعی اجرا می کند. دقت کنید گراف القا شده با هر  $N$  یال

درختی ایجاد نمی کند که گراف همبند باشد. ماتریس رویداد کاهش یافته متناظر  $\mathbf{A}(\mathbf{b})$  رده ستونی کامل نیست.

در نتیجه ماتریس های  $(\mathbf{R}(\mathbf{b}), \mathbf{X}(\mathbf{b}))$  مفرد شده و  $f(\mathbf{b})$  به بی نهایت میل می کند. مجموعه  $\mathcal{B}$  را می توان با

محدب خود  $\tilde{\mathcal{B}}_r := [0, 1]^{L_e}$  جایگزین نمود و حد پایین تر در  $f^*$  را می توان با حل مسئله زیر دست یافت

$$f_r^* := \min_{\mathbf{b} \in \tilde{\mathcal{B}}_r, \mathbf{1}^\top \mathbf{b} = L} f(\mathbf{b}). \quad (11)$$

تابع  $f(\mathbf{b})$  را می توان نشان داد که در غیر غیر محدب

است. طرح نزول گرادیان برآوری با اندازه مرحله کافی  $\mu > 0$  برای پوشش نقطه  $\mathbf{b}$  تضمین می شود و شرط

بهینگی برای 11 ضروری است.

$$(\nabla f(\tilde{\mathbf{b}}))^{\top} (\mathbf{b} - \tilde{\mathbf{b}}) \geq 0 \text{ for all } \mathbf{b} \in \mathcal{B}_r \text{ and } \mathbf{1}^{\top} \mathbf{b} = L. \quad (12)$$

پس از شروع  $\mathbf{b}$  در  $\mathbf{b}^0$ ،  $k$  امین تکرار پی جی دی چنین نشان می دهد

$$\mathbf{b}^{k+1} := \arg \min_{\mathbf{b} \in \mathcal{B}_r, \mathbf{1}^{\top} \mathbf{b} = L} \|\mathbf{b} - \mathbf{b}^k + \mu \nabla f(\mathbf{b}^k)\|_2^2. \quad (13)$$

برآورد 13 را می توان با برنامه درجه دو محدب محدود خطی با روش تکرار لامبادا یا صعودی دوگانه محدوده  $\mathbf{1}^{\top} \mathbf{b} = L$  کنترل نمود. گرادیان  $\nabla f(\mathbf{b})$  با استفاده از قوانین دیفرانسیل ماتریس نشان داده شده در ضمیمه

محاسبه می شوند

قضیه 1 ورودی  $\ell$  ام گرادیان  $f(\mathbf{b})$  برابر است با

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(\mathbf{b})}{\partial b_{\ell}} = & -\frac{1}{r_{\ell}} \mathbf{a}_{\ell}^{\top} \mathbf{R}(\mathbf{b}) \Sigma_p \mathbf{R}(\mathbf{b}) \mathbf{F}(\mathbf{b}) \mathbf{R}(\mathbf{b}) \mathbf{a}_{\ell} \\ & -\frac{1}{x_{\ell}} \mathbf{a}_{\ell}^{\top} \mathbf{X}(\mathbf{b}) \Sigma_q \mathbf{X}(\mathbf{b}) \mathbf{F}(\mathbf{b}) \mathbf{X}(\mathbf{b}) \mathbf{a}_{\ell} \\ & -\frac{1}{r_{\ell}} \mathbf{a}_{\ell}^{\top} \mathbf{R}(\mathbf{b}) \Sigma_{pq} \mathbf{X}(\mathbf{b}) \mathbf{F}(\mathbf{b}) \mathbf{R}(\mathbf{b}) \mathbf{a}_{\ell} \\ & -\frac{1}{x_{\ell}} \mathbf{a}_{\ell}^{\top} \mathbf{X}(\mathbf{b}) \mathbf{F}(\mathbf{b}) \mathbf{R}(\mathbf{b}) \Sigma_{pq} \mathbf{X}(\mathbf{b}) \mathbf{a}_{\ell} \end{aligned} \quad (14)$$

که در آن  $\mathbf{F}(\mathbf{b}) := \Sigma^{-1}(\mathbf{b}) - \Sigma^{-1}(\mathbf{b}) \hat{\Sigma} \Sigma^{-1}(\mathbf{b})$  متناسب با ویژگی های برآورد گر احتمال

بیشینه، بردار شاخص خط 10 و 11 را به حداقل می رساند هنگامی که تعداد داده های  $T$  به بی نهایت میل می کند. برای اثبات به ضمیمه مراجعه کنید.

قضیه 2: گیریم  $\mathbf{b}_o$  بردار شاخص خط واقعی باشد. اگر کوواریانس نمونه  $\hat{\Sigma}$  به کوواریانس  $\Sigma(\mathbf{b}_o)$  همگرا شود،

آنگاه  $\mathbf{b}_o$  نقطه ایستا  $f(\mathbf{b})$  بوده و کیمنه ساز جهانی برای 10 و 11 است. پی جی دی برآورد  $\mathbf{b}$  ممکن است در

مجموعه غیر محدب اولیه مجموعه  $\mathcal{B}$  واقع نشود. آنگاه بردار تحقق پذیر  $\hat{\mathbf{b}}$  را می توان به طور اکتشافی با انتخاب

خطوط متناظر با بزرگترین ورودی  $L$  در ازای  $\hat{\mathbf{b}}$  به دست آورد. یا  $\hat{\mathbf{b}}$  را به عنوان میانگین توزیع های برنولی

مستقل انتخاب نمود. ظاهراً  $f^* \leq f(\mathbf{b})$  و  $f(\tilde{\mathbf{b}}) \leq f(\hat{\mathbf{b}})$  برقرار است.  $V$  چند عملکرد تایید منطقی دارد

اما بردار  $\mathbf{B}$  ممکن است کیمینه ساز جهانی (11) نباشد چون  $f(\mathbf{b})$  غیر محدب است.

ب. تایید تحت مدل داده های ساده شده

برای بررسی این مسئله با غیرمحدب بوده  $f(b)$  به طور متناوب مدل ساده داده های ولتاژ را با دو فرض دنبال می کنیم

الف- نسبت مقاومت به واکنش  $\alpha_\ell := r_\ell/x_\ell$  برای تمامی خطوط مشابه اند  $\alpha_\ell = \alpha$  به ازای  $\ell \in \mathcal{L}_e$ . ب. واژه نویز  $\mathbf{n}_t$  قابل چشم پوشی است یا  $\sigma_n^2 = 0$ . با توجه به الف نسبت های  $\alpha_\ell$  درون دامنه

محدود  $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$  طبق جدول 1 واقع اند. طبق الف و ب مدل داده های ولتاژ در 5 به عنوان زیر ساده می شود

$$\tilde{\mathbf{v}}_t = \alpha \mathbf{X} \bar{\mathbf{p}}_t + \mathbf{X} \tilde{\mathbf{q}}_t. \quad (15)$$

با تعریف  $\Sigma_\alpha := \alpha^2 \Sigma_p + \Sigma_q + \alpha(\Sigma_{pq} + \Sigma_{pq}^\top)$  کوواریانس مشابه داده های ولتاژ برابر می شود با

$$\tilde{\Sigma}(\mathbf{b}) = \mathbf{X}(\mathbf{b}) \Sigma_\alpha \mathbf{X}(\mathbf{b}). \quad (16)$$

جدول 1- نسبت واکنش-مقاومت خط توزیع.

Feeder	$\alpha_{\min}$	$\alpha_{\max}$	mean	std	median
IEEE 34-bus	1.00	1.88	1.41	0.29	1.37
IEEE 37-bus	1.48	2.70	2.72	0.45	1.93
IEEE 123-bus	0.42	2.02	0.74	0.38	0.97

با ویژگی های دترمینان و ردیابی احتمال ثبت منفی در 8 با تابع زیر بیان می شود که خاصیت محدبی دارد همانطور که در ضمیمه نشان داده شده است.

$$\tilde{f}(\mathbf{b}) := -2 \log |\mathbf{X}^{-1}(\mathbf{b})| + \text{Tr}[\mathbf{X}^{-1}(\mathbf{b}) \Sigma_\alpha^{-1} \mathbf{X}^{-1}(\mathbf{b}) \tilde{\Sigma}] \quad (17)$$

که از محدب بودن برخوردار است همانطور که در ضمیمه نشان داده شده است.

قضیه 3. تابع  $\tilde{f}(\mathbf{b})$  به ازای  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}_+^L$  به طور جدی محدب است.

بر اساس مدل داده های ساده سازی شده 15، بردار شاخص خطی را می توان به عنوان کمینه ساز بازیابی نمود

$$\tilde{f}^* := \min_{\mathbf{b} \in \mathcal{B}, \mathbf{1}^\top \mathbf{b} = L} \tilde{f}(\mathbf{b}). \quad (18)$$

بار دیگر برای پرداختن به غیر محدب بودن مجموعه ممکن، تابع  $\tilde{f}(\mathbf{b})$  حال در عوض در وضعیت محدب کمینه می شود

$$\tilde{\mathbf{b}} := \arg \min_{\mathbf{b} \in \mathcal{B}_r, \mathbf{1}^\top \mathbf{b} = L} \tilde{f}(\mathbf{b}). \quad (19)$$

جدای از 11، بهینه سازی در 19 محدب است. به محض جایگزینی  $\Sigma(\mathbf{b})$ ,  $\mathbf{R}(\mathbf{b})$ , و  $r_\ell$  به ترتیب با

$\tilde{\Sigma}(\mathbf{b})$ ,  $\alpha \mathbf{X}(\mathbf{b})$  و  $\alpha x_\ell$  در 14، ورودی  $\ell$ -ام  $\nabla \tilde{f}(\mathbf{b})$  برابر می شود با

$$\frac{\partial \tilde{f}(\mathbf{b})}{\partial b_\ell} = \frac{1}{x_\ell} \mathbf{a}_\ell^\top [\Sigma_\alpha^{-1} \mathbf{X}^{-1}(\mathbf{b}) \hat{\Sigma} - \mathbf{X}(\mathbf{b})] \mathbf{a}_\ell, \quad \forall \ell \in \mathcal{L}_e.$$

به راحتی می توان تایید کرد که طبق مدل 15، قضیه 2 به تابع  $\tilde{f}$  انتقال می یابد. دقیقاً اگر  $\mathbf{b}_o$  بردار شاخص

خطی درست باشد و  $\hat{\Sigma}$  به کوواریانس مشابه  $\tilde{\Sigma}(\mathbf{b}_o) = \mathbf{X}(\mathbf{b}_o) \Sigma_\alpha \mathbf{X}(\mathbf{b}_o)$  تحت مدل تقریبی ادغام

شده باشد، آنگاه  $\nabla \tilde{f}(\mathbf{b}_o) = \mathbf{0}$ . مورد دوم به همراه محدب بودن قوی  $\tilde{f}$  بدین مفهوم است که  $\mathbf{b}_o$

کمینه ساز منحصر به فرد 18 و 19 است. کمینه ساز 19 را می توان با تکرار پی جی دی یافت

$$\mathbf{b}_r^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{b} \in \mathcal{B}_r, \mathbf{1}^\top \mathbf{b} = L} \|\mathbf{b} - \mathbf{b}^k + \mu \nabla \tilde{f}(\mathbf{b}^k)\|_2^2. \quad (20)$$

طرح گرادیان شرطی یا فرنک ولف گزینه محاسباتی برای پرداختن به 19 است که برای کمینه کردن تابع محدب

متمایز در مجموعه پیچیده مناسب می باشد. اعمال تکرارهای فرنک ولف در مسئله مد نظر به دست می دهد

$$\check{\mathbf{b}}_r^{k+1} \in \arg \min_{\mathbf{b} \in \mathcal{B}_r, \mathbf{1}^\top \mathbf{b} = L} \mathbf{b}^\top \nabla \tilde{f}(\mathbf{b}_r^k) \quad (21a)$$

$$\mathbf{b}_r^{k+1} = \mathbf{b}_r^k + \frac{2}{k+2} (\check{\mathbf{b}}_r^{k+1} - \mathbf{b}_r^k). \quad (21b)$$

مرحله 21 الف شامل برنامه خطی است که کمینه ساز آن را می توان با تعیین مقادیر ورودی  $\check{\mathbf{b}}_r^{k+1}$  متناظر با

مقادیر کوچک  $L \nabla \tilde{f}(\mathbf{b}_r^k)$  برابر یک یافت، و بقیه مقادیر ورودی را برابر صفر نهاد.

طرح فرنک ولف به طور خطی و فرعی در تکرارهای  $O(1/k)$  ادغام می شود در حالی که طرح پی جی دی نشان دهنده همگرایی خطی است. با این وجود مرحله ال.پی فرنک ولف در 21 الف به طور محاسباتی ارزانتر از برآورد پرهزینه در 20 می باشد. به طور عملی طرح فرنک ولف نسبت به پی جی دی ترجیح داده می شود هنگامی که راه حل با میزان دقت کم کفایت کند. اگر کمینه ساز  $\tilde{\mathbf{b}}$  در 19 متعلق به  $\mathcal{B}$  باشد، آن کمینه ساز 18 نیز می باشد. در غیر این صورت، مقدار بهینه فرعی  $\mathbf{b}'$  را می توان از  $\tilde{\mathbf{b}} \in \tilde{\mathcal{B}}_r$  به دست آورد و از موارد اکتشافی بحث شده در قبل استفاده کرد. در این حالت، به خاطر محدب بودن در 19، شکاف بهینه فرعی را می توان به عنوان:  $f(\tilde{\mathbf{b}}) \leq \tilde{f}^* \leq f(\mathbf{b}')$  کراندار ساخت.

با مقایسه دو رویکرد طبق مدل 5 و می توان از داده های خطی  $\{r_\ell, x_\ell\}$  بهره برد. به هر حال آن دارای احتمال لگاریتمی منفی غیر محدب  $f(\mathbf{b})$  است که می توان آن را تا نقطه ای به حداقل رساند که در 12 صدق می کند. رویکرد این بخش بر مبنای مدل ساده شده 15 است که فقط نیاز به  $\{x_\ell\}$  دارد و نسبت رایج تقریبی آلفا است. چون تابع مرتبط  $\tilde{f}(\mathbf{b})$  محدب است، کاهندگی در 19 را می توان به طور بهینه حل نمود که دارای شکاف کمیت ساز برگرفته از فعالیت غیر محدب می باشد.

#### چهار. بسط دادن

کادرازار یادگیری ما بسط داده می شود تا به مکان شناسی های شبکه ای، تغذیه دهنده های نامتصل و اطلاعات قبلی در خطوط بپردازیم.

الف- مکان شناسی های شبکه ای: تا این نقطه، مکان شناسی شبکه ای زیربنا فرض شد که شعاعی باشد. به هر حال، شبکه های توزیع نیرو شهری اغلب ساختارهای شبکه ای عملیاتی از خود نشان می دهند. به ازای شبکه های توزیع با  $L \geq N$  مدل 5 به 9 و 17 تعمیم می یابد.

$$\tilde{\mathbf{v}}_t = 2(\mathbf{G} + \mathbf{B}\mathbf{G}^{-1}\mathbf{B})^{-1}\tilde{\mathbf{p}}_t + 2(\mathbf{B} + \mathbf{G}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{G})^{-1}\tilde{\mathbf{q}}_t + \mathbf{n}_t \quad (22)$$

که به ازای ماتریس های هادی جریان و پذیرندگی می باشد.

$$\mathbf{G} := \mathbf{A}^\top \text{dg} \left( \left\{ \frac{r_\ell}{r_\ell^2 + x_\ell^2} \right\}_\ell \right) \mathbf{A} \quad (23a)$$

$$\mathbf{B} := \mathbf{A}^\top \text{dg} \left( \left\{ \frac{x_\ell}{r_\ell^2 + x_\ell^2} \right\}_\ell \right) \mathbf{A}. \quad (23b)$$

طرح بخش سه-الف را می توان به شبکه های توری گسترش داد که بر اساس مدل 22 بوده و می توان نشان داد در شبکه های شعاعی  $L=N$  و ماتریس  $\mathbf{A}$  مربع بوده و مدل 22 به 5 ساده می شود. گرادیان  $f(\mathbf{b})$  را می توان با اتخاذ اثبات قضیه 1 به دست آورد. فرمول های 28-29 برقرار اند تا زمانی که  $\mathbf{R}$  با  $\tilde{\mathbf{R}} := 2(\mathbf{G} + \mathbf{B}\mathbf{G}^{-1}\mathbf{B})^{-1}$  و  $\tilde{\mathbf{X}} := 2(\mathbf{B} + \mathbf{G}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{G})^{-1}$  جایگزین گردد. به

هر حال در این حالت مشتقات نسبی در 30 با رابطه زیر جایگزین می شوند

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\mathbf{R}}(\mathbf{b})}{\partial b_\ell} = & -\frac{2r_\ell}{r_\ell^2 + x_\ell^2} \tilde{\mathbf{R}}(\mathbf{b}) \mathbf{a}_\ell \mathbf{a}_\ell^\top \tilde{\mathbf{R}}(\mathbf{b}) \\ & + \frac{2r_\ell}{r_\ell^2 + x_\ell^2} \mathbf{B}(\mathbf{b}) \mathbf{G}^{-1}(\mathbf{b}) \mathbf{a}_\ell \mathbf{a}_\ell^\top \mathbf{G}^{-1}(\mathbf{b}) \mathbf{B}(\mathbf{b}) \\ & + \frac{2x_\ell}{r_\ell^2 + x_\ell^2} \tilde{\mathbf{R}}(\mathbf{b}) \mathbf{B}(\mathbf{b}) \mathbf{G}^{-1}(\mathbf{b}) \mathbf{a}_\ell \mathbf{a}_\ell^\top \tilde{\mathbf{R}}(\mathbf{b}) \\ & + \frac{2x_\ell}{r_\ell^2 + x_\ell^2} \tilde{\mathbf{R}}(\mathbf{b}) \mathbf{a}_\ell \mathbf{a}_\ell^\top \mathbf{G}^{-1}(\mathbf{b}) \mathbf{B}(\mathbf{b}) \tilde{\mathbf{R}}(\mathbf{b}) \end{aligned}$$

که به ازای تمامی مقادیر  $\ell$  می باشد. عبارت قابل قیاس به ازای  $\frac{\partial \tilde{\mathbf{X}}(\mathbf{b})}{\partial b_\ell}$  برقرار است.

از طرفی دیگر، طبق فرض های 1 الف و ب ماتریس های 23 را می توان به عنوان  $\mathbf{G} = \frac{2\alpha}{\alpha^2+1} \mathbf{X}^{-1}$  و

ساده سازی نمود. محاسبات جبری ساده نشان می دهند که 15-17 و طرح های بخش  $\mathbf{B} = \frac{2}{\alpha^2+1} \mathbf{X}^{-1}$ .

سه ب بدون تغییر بر شبکه های توری اعمال می شوند. این نقطه در مزیت اتخاذ مدل تقریبی تحت الف 1 و 2 توجیه پذیر است.

ب- تغذیه دهنده های نامتصل و مخزن های ایستگاه فرعی چندگانه

ارقام ولتاژ را می توان از تغذیه دهندگان شعاعی چندگانه یا شبکه توری دارای پایگاه در چند مخزن ایستگاه فرعی متعدد جمع آوری نمود. این نما می تواند به حالت یکنوخت با دستکاری ساده کنترل گردد. پیداست که بی

اعتباری ماتریس لاپلاس  $L := \tilde{A}^\top \text{dg}^{-1}(\mathbf{r}) \tilde{A}$ ، یعنی تهاداد مقادیر اصلی صفر آن برابر با تعداد مولفه های متصل در گراف زیربنا می باشد. به علاوه هر نوع مقدار جزئی  $L$  به طور جدی مثبت و مشخص است اگر گراف متصل باشد. طبق تعریف بی اعتباری  $L$  مقارن با بعد فضای پوچ  $\tilde{A}$  است. هنگامی که شبکه تغذیه کننده متصل منحصر به فرد باشد، آنگاه  $\dim(\text{null}(\tilde{A})) = 1$ . حذف هر نوع ستون  $\tilde{A}$  ماتریس رده ستونی کامل فراهم می کند. به یاد داشته باشید که  $A$  برگرفته از  $\tilde{A}$  با حذف ستون متناظر با تغذیه ایستگاه فرعی است. این ایده به طور طبیعی گسترش می یابد. اگر داده های جمع آوری شده از تغذیه دهنده های مختلف باشند، لاکلاس متناظر را می توان با جایگشت های سطر و ستون به ماتریس قطری بلوکی تبدیل نمود. برای اطمینان از مکوس پذیری لاپلاس مجزا، ماتریس  $A$  به کار رفته در طرح خو برگرفته از  $\tilde{A}$  با حذف ستون های مربوط به تمامی مخزن های ایستگاه فرعی است.

پ. شامل نمودن اطلاعات قبلی در خطوط

در شبکه های توری، دستگاه ممکن است تعداد دقیق خط های فعال  $L$  را تشخیص ندهد. از طرفی دیگر، اطلاعات قبلی درباره خطوط مجزا فعال را می توان از طریق برآورد گر وضعیت تعمیم یافته، ارقام بزرگنمایی فعلی در ترانسفورمرها یا پیکربندی های شبکه ای کاربرد رایج به دست آورد. برای پرداختن به این مسئله، رویکرد ماکسیمم پسین اتخاذ می شود. شاخص  $b_\ell$  به ازای خط  $\ell$  به عنوان متغییر تصادفی برنولی مدل سازی می شود که میانگین داده شده  $\mathbb{E}[b_\ell] = \pi_\ell$  را دارا می باشد. تابع توده ای احتمال قبلی به ازای  $b_\ell$  را می توان به راحتی به عنوان  $\Pr(b_\ell) = \pi_\ell^{b_\ell} (1 - \pi_\ell)^{1-b_\ell}$  بیان کرد. برای راحت نمودن مدل سازی، فرض بر این است که خطوط به طور مستقل فعال اند. آنگاه تابع حجم احتمال به ازای  $\mathbf{b}$  برابر

متعارف سازی بوده و لگاریتم منفی آن برابر است با

$$\begin{aligned} -\log \Pr(\mathbf{b}) &= -\sum_{\ell \in \mathcal{L}_e} b_\ell \log \pi_\ell + (1 - b_\ell) \log(1 - \pi_\ell) \\ &= \sum_{\ell \in \mathcal{L}_e} b_\ell \beta_\ell - \log(1 - \pi_\ell) \end{aligned} \quad (24)$$

که در آن  $\beta_\ell := \log\left(\frac{1-\pi_\ell}{\pi_\ell}\right)$  به ازای تمامی  $\ell \in \mathcal{L}_e$ .

برآورد ام‌ای‌پی به ازای  $\mathbf{b}$  به عنوان بردار بیشینه ساز تابع شدت احتمال قبلی  $p(\mathbf{b}|\{\tilde{\mathbf{v}}_t\}_{t=1}^T)$  تعریف می‌شود. طبق قانون بیز، مورد دوم متناسب با محصول  $p(\{\tilde{\mathbf{v}}_t\}_{t=1}^T; \mathbf{b}) \text{Pr}(\mathbf{b})$  بوده که با عبارت غیردنباله دار  $p(\{\tilde{\mathbf{v}}_t\}_{t=1}^T)$  مقیاس بندی می‌شود. برآورد ام‌ای‌پی را می‌توان به طور معادل با حداقل رسانی به دست آورد

$$-\log p(\mathbf{b}|\{\tilde{\mathbf{v}}_t\}_{t=1}^T) = -\log p(\{\tilde{\mathbf{v}}_t\}_{t=1}^T; \mathbf{b}) - \log \text{Pr}(\mathbf{b}).$$

با جمع آوری پارامترهای مد نظر  $\beta_\ell$  در بردار  $\beta$  و نادیده گیری مقادیر ثابت، مورد دوم به مسئله زیر منجر می‌شود

$$\mathbf{b}_{\text{MAP}} := \arg \min_{\mathbf{b} \in \mathcal{B}} \frac{T}{2} f(\mathbf{b}) + \beta^\top \mathbf{b}. \quad (25)$$

اگر مدل ساده سازی شده 15 به جای 5 به کار رود، تابع  $f(\mathbf{b})$  در 25 با  $\tilde{f}(\mathbf{b})$  محدب جایگزین می‌شود. مغایر با 18، فعالیت 25 اطلاعات قبلی را در خطوط اعمال می‌کند.

-اگر خط  $\ell$  احتمالاً فعال باشد، آنگاه  $\pi_\ell > 1/2$  و  $\beta_\ell < 0$ .

-اگر خط  $\ell$  به طور معلوم فعال باشد، آنگاه  $\pi_\ell = 1$  و  $\beta_\ell = -\infty$  لذا مقدار ورودی  $\ell$  ام  $\mathbf{b}_{\text{MAP}}$  را برابر یک قرار می‌دهد.

-هیچ مورد قبلی در خط  $\ell$  حاوی  $\pi_\ell = 1/2$  یا  $\beta_\ell = 0$  نیست.

-اگر تمامی حالات خطی نشان دهنده میانگین یکسان  $\pi_c$  باشند، به عبارتی  $\mathbb{E}[b_\ell] = \pi_\ell = \pi_c$  به ازای  $\ell \in \mathcal{L}_e$ ، عبارت خطی در هزینه (25) برابر  $\pi_c \mathbf{1}^\top \mathbf{b}$  می‌شود. مورد دوم را می‌توان به عنوان بخش لاگرانژ تفسیر نمود. مجموعه عملی  $\mathcal{B}$  را می‌توان بار دیگر به  $\mathcal{B}_r$  کاهش داد. پی‌جی دی با کمبود محدوده

همراه  $\mathbf{1}^\top \mathbf{b} = L$ ، به رابطه زیر به روز رسانی می‌شود



$$\mathbf{b}^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{b} \in \mathcal{B}_r} \|\mathbf{b} - \mathbf{b}^k + \mu \nabla f(\mathbf{b}^k) + \mu \beta\|_2^2 \quad (26)$$

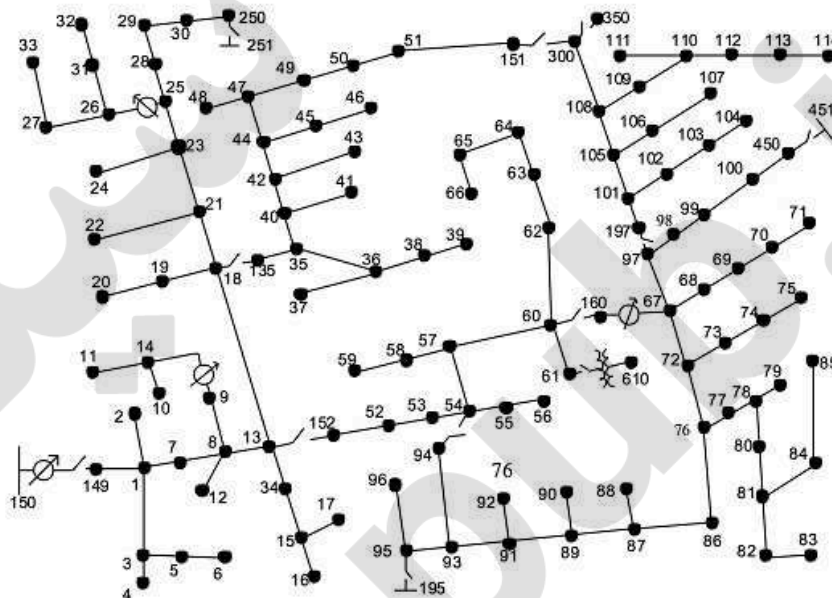
که در خطوط از هم جدا شده و ورودی  $\ell$  ام به عنوان زیر یافت می شود

$$b_\ell^{k+1} := \left[ b_\ell^k - \mu \frac{\partial f(\mathbf{b}^k)}{\partial b_\ell} - \mu \beta_\ell \right]_0^1 \quad (27)$$

که در آن  $[x]_0^1$ ،  $x$  را در بازه  $[0, 1]$  برآورد می کند.

پنج. آزمون های عددی

طرح ها با تغذیه دهنده های 123 و 37 مخزنی آی.ای.ای طبق شکل 1 و 2 تایید شدند.



شکل 2- تغذیه دهنده 123 مخزنی آی.ای.ای با نه عدد کلید.

مخزن های  $\{150, 195, 251, 451\}$  به عنوان جایگزین های ممکن برای تغذیه دهنده 123 مخزن عمل

نمودند. تغذیه دهنده ها تعدیل شدند تا با فرایند (21) به تک فاز ساده شوند. مخزن های تزریق صفر بارهای تعیین

شده تصادفی بودند که بین بار مخزن مینیمم و ماکسیمم انتخاب شدند. هر مخزن میزبان چهار الی ده خانه

است. داده های برگرفته از پروژه پکان استریت در 1 ژانویه 2013 به عنوان پروفایل نیرو منازل با تعیین تصادفی به

کار رفتند. چون مجموعه بار واکنش فراهم نمی کند، ضرایب نیرو به طور یکنواخت در محدوده 0.95 برگرفته

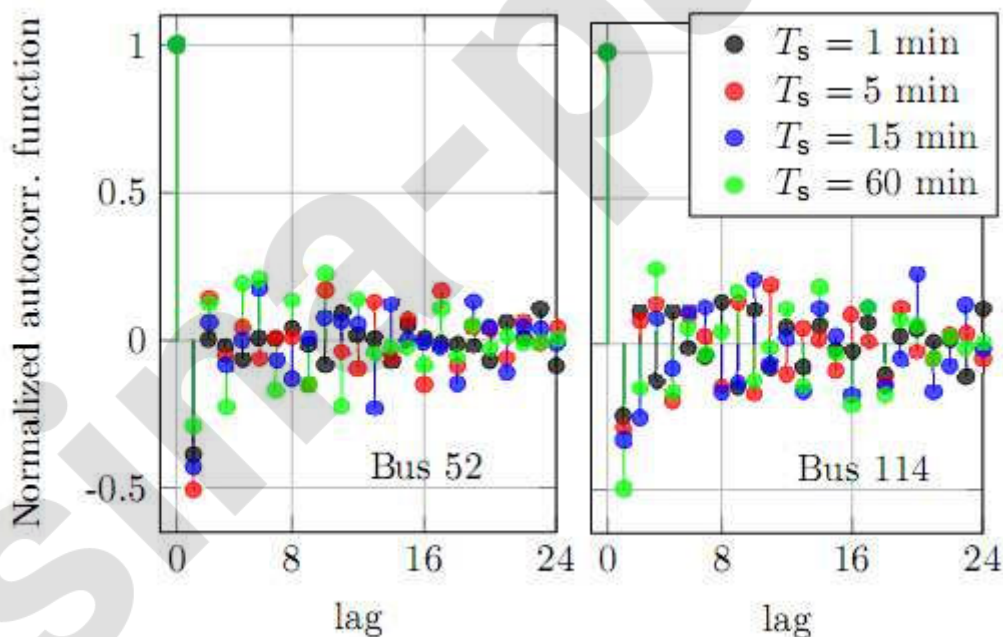
شدند. بارها در هر مخزن تجمع و متعرف سازی میشوند. مبدل های ولتی نوری برای قانون کنترل زیر اعمال می

شوند اگر نیروی فعال تولیدی فراتر از نصف ولتی نیرو باشد، جذب نیروی واکنشی بیشتری جذب خواهد کرد. این قانون به خاطر ساده بودن و مورد حمایت قوانین آلمان انتخاب شد. ولتاژها از حل کننده جریان نیرو به دست آمدند. اندازه گیری نویز به عنوان گاسی میانگین صفر با تطبیق دهی انحراف 3 سیگما 0.5% مقدار حقیقی مدل سازی شدند. این موارد متناسب با مطالعه ای بود که در آن 99% سنجش ها به دقت نسبی کمتر از 5.0% دست یافتند. این طرح ها با متلب در 2.7 گیگاهرتز هسته 5 رم 12 گیگابایت اجرا شدند. نسخه گاسی بودن داده های ولتاژ با آزمون کلموگروف-اسمیرنوف در دوره های یک روزه داده های تغذیه دهنده 123 مخزنی آی.ای.ای.ای.ای. آزموده شدند. نتایج در جدول 2 مطرح شده اند.

جدول 2- نتایج آزمون کلموگروف-اسمیرنوف

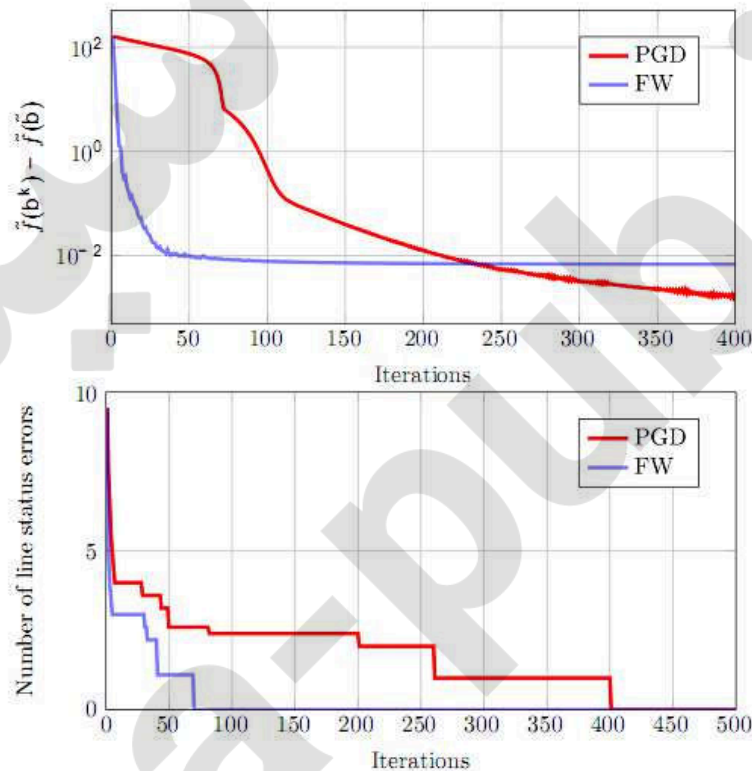
$T_s$ [min]	5	15	30	60
# of samples $T$	288	96	48	24
# of buses failing the test	47	3	1	0
$d_{ave}$	0.1132	0.1582	0.2068	

هر چند جدول 2 نشان می دهد که فرضیه گاسی دقت کمتری در  $T_s$  پایین تر دارد، آزمون های عددی بعدها نشان دادند که طرح ها عملکرد بهتری به ازای  $T_s$  برابر 5 دقیقه نشان می دهند. شکل 3 تابع اصلاح خودکار متعارف را به ازای داده های ولتاژ در مخزن 52 و 114 به ازای  $T_s$  نشان می دهد.



شکل 3- تابع اصلاح خودکار متعارف به ازای داده های ولتاژ در 52 مخزنی (چپ) و 114 مخزنی (114) محاسبه شده با داده های یک روزه در تغذیه دهنده 123 مخزنی آی.ای.ای.ای.ای.

طرح تایید ام.ال بخش سه با 50 دور مونت کارلو و دوره نمونه 50 دقیقه ارزیابی شدند. کوواریانس های  $\Sigma_{pq}$  و  $\Sigma_p, \Sigma_q$  برای ارزیابی گرادیان ها مورد نیاز بودند که به عنوان ماتریس قطری برآورد شدند. در ساختار اولیه امیدانس اخط معلوم بوده و حالات طبق مدل مفصل با حل (11) تایید شدند. در ساختار دوم نسبت های مقاومت به واکنش  $\{\alpha_\ell\}_{\ell \in \mathcal{L}_e}$  با میانگین خود برآورد شدند و تایید خط از طریق (19) بررسی شد. چون 11 غیر محدب است، جواب با تکرارهای پی جی دی 13 به شروع  $\mathbf{b}^0$  بستگی دارد. مسئله محدب در 19 با تکرارهای پی جی دی (13) و تکرارهای فرنک ولف حل شدند.



شکل 4- همگرایی حل کننده های (19) به ازای شبکه 27 مخزنی آی.ای.ای.ای.ای (بالا) و عملکرد تشخیص پس از برآورد تکرارهای میانی (پایین).

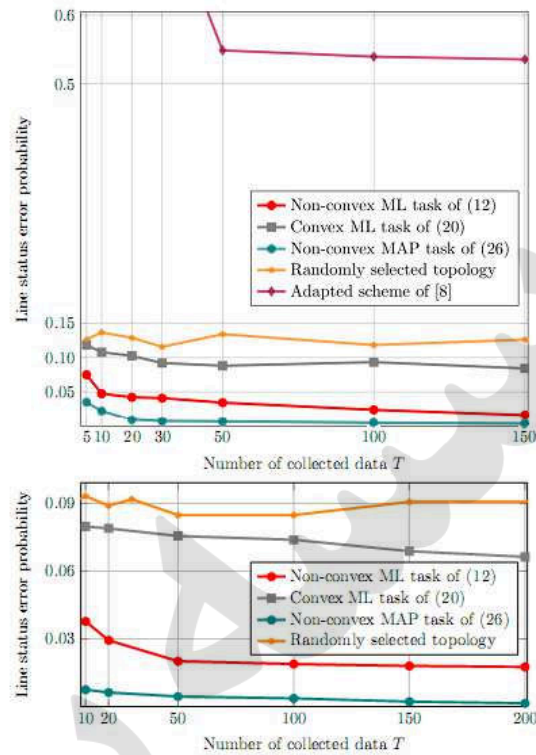
کادر بالای شکل 4 نشان دهنده همگرایی تکرارهای فرنک ولف و پی جی دی به ازای نمونه خاص (19) با  $\Gamma=100$  است. هر چند حل ال.پی به طور محاسباتی ارزانتر از برآورد پی جی دی است، زمان اجرا در هر دو طرح تحت حیطة محاسبه  $\nabla f(\mathbf{b})$  است. آزمایشات عددی نشان می دهند که زمان تکرار شبیه تکرارهای فرنک ولف

و پی جی دی می باشد. هر چند پی جی دی همگرایی سریع تر دارد، تکرارهای فرنک ولف همگرایی اولیه سریع تر از خود نشان می دهند. طبق شکل 4 برآورد میانی  $b_r^k$  به عنوان بردار میانی توزیع برنولی چند متغیره به کار می رود که 2000 نمونه از آن انتخاب و ارزیابی شدند. مورد دوم نشان دهنده مزیت بالقوه تکرارهای فرنک ولف است.

ML and MAP solvers	IEEE 37-bus		IEEE 123-bus	
	Time [sec]	$\mu$	Time [sec]	$\mu$
PGD solver for (11)	60	0.007	336	0.0005
FW solver for (19)	5		45	
PGD solver for (25)	204	0.08	1332	0.001

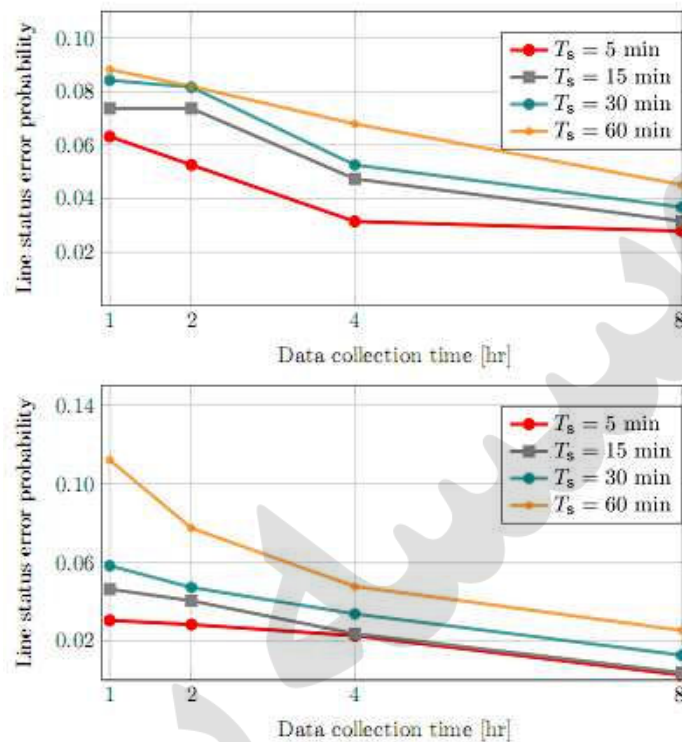
جدول 3- زمان اجرا متوسط و اندازه مرحله به ازای  $T=50$

زمان اجرای متوسط حل 11 و 19 در جدول 3 گزارش شدند که نشان می دهد طرح تایید ام ال با مدل ساده شده حدودا هفت الی ده مرتبه سریع تر است. الگوریتم های ما با انتخاب تصادفی مکان شناسی مجاز مقایسه شدند و با مدل طرح (8) تطبیق دهی شدند. مورد دوم معکوس کاذب واریانس ولتاژ نمونه را محاسبه می کند. مکان شناسی شبکه با انتقال سیگنال های ورودی به الگوریتم درخت دوره ای تعیین می گردد. این طرح شناسایی مقایسه خوبی انجام می دهد و فقط برای تغذیه دهنده 37 مخزنی آزمایش شد. تعداد متوسط خطاهای خطی دو تغذیه دهنده در شکل 5 توصیف شده است. باید تاکید نمود که تایید خط معتبر را می توان حتی به ازای  $T < N$  به دست آورد هنگامی که کوواریانس نمونه  $\hat{\Sigma}$  مفرد است.

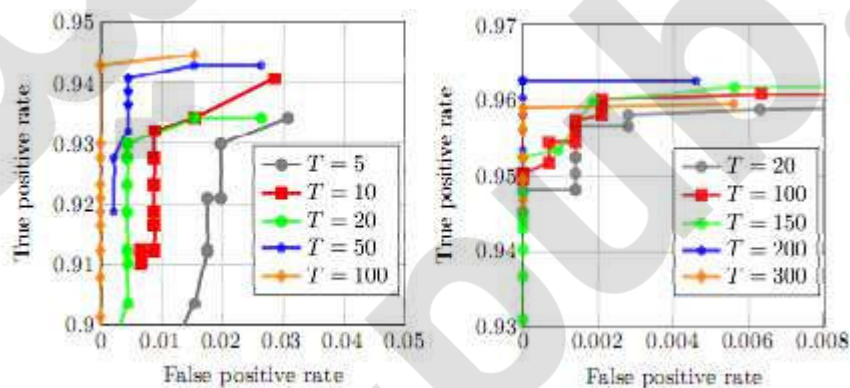


شکل 5. احتمال خطای وضعیت خط به ازای تغذیه دهنده های 37 مخزنی آی.ای.ای.ای.ای (بالا) و 123 مخزنی آی.ای.ای.ای.ای (پایین) با  $T_s = 5$  دقیقه.

عملکرد طرح (8) بدتر از مکان شناسی انتخاب تصادفی است چون ماتریس کوواریانس به دراز مقدار مشابه است و امپدانس خط مورد استفاده واقع نشده است. شکل 6 تاثیر دوره انتخاب نمونه داده ها را در احتمال خطا وضعیت خطی را آزمایش می کند عملکرد بهبود می یابد همانطور که  $T_s$  و زمان جمع آوری کل افزایش می یابد.



شکل 6- احتمال خطاهای وضعیت خط به ازای تغذیه دهنده 27 مخزنی آی.ای.ای.ای (بالا) و تغذیه دهنده 123 مخزنی آی.ای.ای.ای (پایین) در دوره های انتخاب نمونه متغییر  $T_s$ .



شکل 7 مقادیر مثبت صحیح و نادرست با آستانه های متغییر کوتاه سازی به ازای شبکه های مخزنی آی.ای.ای.ای (چپ) و تغذیه دهنده 123 مخزنی آی.ای.ای.ای (راست) در دوره های انتخاب نمونه متغییر  $T_s$  برابر 5 دقیقه.

رویکرد ام.ای.پی بخش چهارج در نهایت با 50 دور مونت کارلو آزموده شد. احتمالات قبلی  $0.5 \pi$  برای کل و 0.9 برای سیم و خطوط تنظیم شدند. نقطه ثابت (25) از طریق تکراری پی جی دی 26-27 پس از شروع تصادفی در  $[0, 1]$  یافت شد. آستانه متغییر از 0.05 به 0.06 در افزایش های 0.05 منجر به منحنی تشخیص در شکل 7 گردید. این آستانه به نقطه نزدیک به گوشه بالا چپ شکل 5 و زمان اجرا و اندازه مرحله فهرست بندی

شده در جدول سه به ازای  $T=50$  منجر می گردد. مقایسه مستقیم بین ام.ال و ام.ای.پی ممکن است عادلانه نباشد چون مورد دوم از اطلاعات قبلی خطوط استفاده می کند. آزمایشات قبلی شامل پیکربندی های شبکه ای توری و شعاعی بودند. جدول چهار احتمالات خطا وضعیت خط به دست آمده به طور مجزا را به ازای دو نوع پیکربندی نمایان ساخته و نشان می دهد که اختلاف عمده در عملکرد رویکردهای مطرح شده وجود ندارد.

Configuration	Radial	Meshed
Non-convex ML task of (11)	0.0237	0.0234
Convex ML task of (19)	0.0884	0.0895
Non-convex ML task of (25)	0.0039	0.0047

جدول 4- احتمال خطای وضعیت خط به ازای شبکه 37 مخزنی آی.ای.پی.ای.پی با  $T_s = 5 \text{ MIN}$  و  $T = 100$ .

#### شش.نتایج

تایید مکان شناسی شبکه توزیع به عنوان مسئله استنباط آماری مطرح شده است. با بیان سنجیده بزرگنمایی های ولتاژ مشاهده شده به عنوان توابع مکان شناسی شبکه بنیادی، طرح های تشخیص احتمال پیسین ماکسیمم و احتمال بیشینه مطرح شده اند. فعالیت های یادگیری جدید، اهداف محدب (غیر) را بسته به دقت مدل داده های شبکه ای اتخاذ شده به حداقل می رسانند. به هر طریق، بهینه سازی بیشتر از مجموعه امکان پذیر غیرمحدب پیکربندی های خط فعال است که به حالت محدب کاهنده می شود. حل کننده های نقاط قوت تکمیلی مطرح شده اند. آزمایشات عددی با داده های حقیقی تغذیه دهنده های معیار نشان می دهد که طرح های ما عملکرد خوبی دارند حتی زمانی که تعداد داده ها کوچک تر از اندازه شبکه باشد. بسته به اطلاعات قبلی و فعالیت بار، جمع آوری داده های سنجش هوشمند در 3-0.5 ساعت می تواند مکان شناسی ها را در صدها گره تایید کند. گسترش رویکرد به شبکه های چند فاز و انتخاب پویا جهت گیری های تحقیقاتی را تشکیل می دهند. ساختارهایی که در آن داده های ولتاژ در زیرمجموعه مخزن ها و در حضور مخزن های تزریق-صفر جمع آوری می شوند به طور عملی مرتبط بوده و باید بررسی شوند. پرداختن به فعالیت تعیین مکان شناسی که در آن پارامترهای خطی ناشناخته اند نیز به طور عملی مرتبط است. برای بهبود مقیاس پذیری، تکنیک های بهینه سازی شتاب گرفته و یا مرتبه دوم (نیوتن) را می توان دنبال نمود. چون داده ها به طور دنباله ای می رسند، تکرار ها می توانند با جدیدترین مقادیر خود آغاز شوند.